

**Министерство сельского хозяйства  
Российской Федерации  
ФГОУ ВПО Ульяновская государственная  
сельскохозяйственная академия**

**В.П. Гавриленко, П.С. Катмаков, А.В. Бушов**

# **КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ В ЖИВОТНОВОДСТВЕ**

**Ульяновск 2004**

***Гавриленко В.П., Катмаков П.С., Бушов А.В.***

**Компьютеризация в животноводстве.** Учебно-методическое пособие. Ульяновск. Изд-во: ФГОУ УГСХА. 2004. - 114 с.

Учебно-методическое пособие по курсу «Компьютеризация в животноводстве» предназначено для студентов биотехнологического факультета, обучающихся по специальностям 310700 «Зоотехния» и 311200 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции».

Рекомендовано методической комиссией биотехнологического факультета (протокол №8 от 27.04.2004 г.).

Рецензенты: ***В.М. Каменек*** – доктор биологических наук, профессор УЛГУ; ***Токмаков Г.П.*** – доктор технических наук, профессор УЛГТУ

© В.П. Гавриленко, П.С. Катмаков, А.В. Бушов, 2004 г.

© Издательство ФГОУ УГСХА, 2004 г.

## Оглавление

<b>Глава 1</b>	<b>Применение экономико-математических методов в животноводстве. Задачи линейного программирования.....</b>	<b>5</b>
1.1.	Экономико-математическая модель оптимизации рационов кормления сельскохозяйственных животных.....	8
1.2.	Экономико-математическая модель оптимизации структуры стада крупного рогатого скота.....	31
1.3.	Транспортная задача.....	37
<b>Глава 2</b>	<b>Оптимизация селекционных программ.....</b>	<b>58</b>
2.1.	Крупномасштабная селекция.....	58
2.2.	Расчёт программ крупномасштабной селекции.....	59
2.3.	Генетико-математическая модель программ селекции.....	63
<b>Глава 3</b>	<b>Использование ЭВМ при вычислении популяционно-генетических параметров применяемых в селекции животных.....</b>	<b>78</b>
3.1.	Вычисление коэффициента наследуемости.....	79
3.2.	Корреляция между хозяйственно-биологическими признаками.....	81
3.3.	Определение племенной ценности животных..	83
3.4.	Оценка молочного скота по комплексу хозяйственно-биологических признаков. Селекционные индексы.....	89
<b>Глава 4</b>	<b>Информационные системы в молочном скотоводстве.....</b>	<b>94</b>
4.1.	Автоматизированная информационно-вычислительная	

система «ИНСЕЛ».....	94
4.2. Автоматизированная информационно-вычислительная система «СЕЛЭКС».....	95
4.3. Автоматизированные информационно-вычислительные системы АИВС «ГЕНЕАЛОГИЯ», «РОТАЦИЯ», «ПОД- БОР» .....	101
4.4. Управление технологическими процессами в животно- водстве. Автоматизированные рабочие места (АРМы) специалистов животноводст- ва.....	108
Литература.....	113



мум (минимум). Такая форма записи задачи линейного программирования называется канонической.

В математической модели задачи линейного программирования выделяются три составные части: целевая функция, система ограничений и условие неотрицательности неизвестных. Условие неотрицательности неизвестных вводится по следующим соображениям: например, корма либо имеются на ферме, следовательно их количество больше нуля, либо их нет совсем, т.е. равно нулю. Поэтому все неизвестные, которые включены в модель задачи должны быть неотрицательными. Всякое неотрицательное решение системы (1) называется допустимым, а допустимое решение, обращающее линейную форму в максимум (минимум) – оптимальным решением.

В экономических задачах ограничения могут быть заданы в виде неравенств:

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ ..... \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i \\ ..... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{array} \quad (3)$$

Такие задачи линейного программирования приводятся к каноническому виду.

В случае, когда ограничения заданы неравенствами типа ( $\geq$ ), к уравнениям переходят путём вычитания из левых частей неравенств неотрицательных неизвестных, а типа ( $\leq$ ) - путём добавления неизвестных и приводят к системе уравнений, эквивалентной системе неравенств:

$$\begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - x_{n+1} = b_1 \\ & ..... \\ & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + x_{n+i} = b_i \\ & ..... \end{aligned} \tag{4}$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n - x_{n+m} = b_m$$

В экономических задачах применительно к животноводству (оптимизация рационов кормления животных; оптимизация структуры и оборота стада; специализация отраслей и т.п.) ограничения чаще всего задаются в виде смешанной системы, включающей и равенства и неравенства.

Решение задач линейного программирования осуществляется универсальными методами (симплексный метод) и специальными методами, применяемыми для решения только отдельных классов задач (транспортная задача линейного программирования).

Симплексный метод – наиболее общий и универсальный. Он позволяет находить оптимальное решение всех задач линейного программирования.

Схема решения задач симплексным методом:

- указывается способ вычисления начального допустимого или опорного решения;
- с помощью признака оптимальности проверяется, не является ли это решение оптимальным;
- по выбранному начальному решению строится другое, более близкое к оптимальному.

Доказано, что в результате конечного числа итераций (перебора вариантов) можно получить наилучшее, т.е. оптимальное решение.

В зависимости от типа ограничений задачи линейного программирования могут решаться с естественным и искусственным базисами:

- если ограничения заданы неравенствами типа ( $\leq$ ), то задача решается с использованием естественного базиса;
- если ограничения заданы неравенствами типа ( $\geq$ ) или равенствами ( $=$ ) – задача решается с использованием искусственного базиса.

## ***1.1. Экономико-математическая модель оптимизации рационов кормления сельскохозяйственных животных***

*Пример 1.1.* Требуется:

- составить экономико-математическую модель оптимизации суточного рациона кормления симментальских коров со средней живой массой 600 кг и среднесуточным удоем 24 кг молока, жирностью 3,9 – 4%;
- осуществить экономико-математическую постановку задачи;
- построить экономико-математическую модель оптимизации суточного рациона коров в развёрнутом и матричном видах.

### *Экономико–математическая постановка задачи*

Требуется найти оптимальное сочетание количества кормов в рационе, необходимое для получения суточного удоя 24 кг молока жирностью 3,9 – 4,0%. Согласно нормам кормления ВИЖа (1985), для обеспечения заданной продуктивности необходимо, чтобы в рационе содержалось не менее 17,4 кг кормовых единиц, 209 МДж обменной энергии, 1825 г переваримого протеина, 126 г кальция, 90 г фосфора и 785 мг каротина. Сухого вещества в нем должно быть не более 20,5 кг.

Племенной завод по разведению крупного рогатого скота симментальской породы располагает следующими кормами (табл. 1.1.).

В соответствии с зоотехническими требованиями и возможностями данного хозяйства отдельные группы кормов в рационе могут изменяться в следующих пределах (в % к общему количеству кормовых единиц):

- концентрированные от 25 до 30%;
- грубые от 20 до 35%;
- сочные от 35 до 50%;
- корнеклубнеплоды от 10 до 15%.



### 1.1. Содержание питательных веществ в 1 кг корма и стоимость кормов

Содержание в 1 кг корма	Корма					пше- ница мягкая
	комби- корм № 2 (ВИЖ)	сено кле- верное	силос вико- овсяный	свекла кор- мовая	карто- фель сырой	
Кормовые единицы, кг	1,08	0,52	0,23	0,12	0,3	1,28
Обменная энергия КРС, МДж	10,4	7,23	2,45	1,65	2,82	10,8
Переваримый протеин, г	116	78	24	9	10	106
Кальций, г	7,6	9,2	1,9	0,4	0,2	0,8
Фосфор, г	2,5	2,2	0,9	0,5	0,5	3,6
Каротин, мг	-	25	20	0,1	0,2	1,0
Сухое веще- ство, кг	0,87	0,83	0,25	0,12	0,22	0,85
Стоимость 1 кг корма, руб.	5,2	0,6	0,3	1,1	1,0	2,0

Кроме того картофель сырой в группе корнеклубне-  
плодов должен составлять не более 20%.

Критерий оптимальности – минимум стоимости ра-  
циона.

Структурная запись экономико-математической мо-  
дели оптимизации суточного рациона кормления высоко-  
продуктивных дойных коров следующая.

Цель задачи – найти такой состав рациона кормления  
при котором достигается минимум его стоимости.

$$Z = \sum_{j \in N} c_j x_j \rightarrow \min \quad (1.1)$$

при выполнении следующих групп ограничений:

I) рацион должен содержать питательных веществ не  
менее допустимого количества:

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad (i \in L_1); \quad (1.2)$$

II) содержание сухого вещества в рационе должно быть не более допустимого количества:

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad (i \in L_2); \quad (1.3)$$

III) содержание кормов каждой группы в рационе должно быть ограничено:

$$\sum_{j \in N_1} a_{ij} x_j \geq b_i^{\min}, \quad \sum_{j \in N_1} a_{ij} x_j \leq b_i^{\max}, \quad (i \in L_3) \quad (1.4)$$

IV) в отдельных группах кормов содержание некоторых видов кормов должно быть ограничено:

$$\sum_{j \in N_1} a_{ij} x_j = \sum_{j \in N_1} w_{ij} a_{ij} x_j, \text{ или} \\ \sum_{j \in N_1} a_{ij} x_j \stackrel{\geq}{\leq} \sum_{j \in N_1} w_{ij} a_{ij} x_j, \quad (i \in L_4), \quad (1.5)$$

где  $j$  – индекс переменной;  $i$  – индекс ограничения;  $x_j$  – переменная, обозначающая количество кормов  $j$  – го вида, входящего в рацион;  $a_{ij}$  – содержание  $i$  – го элемента питания, обменной энергии или сухого вещества в единице  $j$  – го вида корма;  $b_i$  – допустимое количество  $i$ - го элемента питания, обменной энергии или сухого вещества в рационе;  $b_i^{\min}$  и  $b_i^{\max}$  – минимальное и максимальное допустимое количество кормов  $i$  – й группы в рационе;  $c_j$  – стоимость (себестоимость) единицы корма  $j$  – го вида;  $w_{ij}$  – коэффициент пропорциональности;  $N$  – множество, включающее номера переменных по видам кормов в рационе;  $N_1$  – подмножество, включающее номера переменных по видам кормов  $i$  – й группы;  $L_1$  – множество, включающее номера ограничений по содержанию питательных веществ в рационе;  $L_2$  – множество, включающее номер ограничения по содержанию сухого вещества в рационе;  $L_3$  – множество, включающее номера ограничений по содер-

жанию отдельных групп кормов в рационе;  $L_4$  – множество, включающее номера ограничений по удельному весу отдельных кормов внутри групп.

Записываем экономико-математическую модель оптимизации рациона кормления симментальских коров в развёрнутом виде. С этой целью определим перечень переменных, т.е. количество кормов, которое может войти в рацион. Обозначим через  $x_1$  – комбикорм,  $x_2$  – сено клеверное,  $x_3$  – силос вико-овсяный,  $x_4$  – свекла кормовая,  $x_5$  – картофель сырой и запишем систему ограничений в развёрнутом виде на основании формул (1.1. – 1.5.).

I. Ограничения по балансу питательных веществ и энергии в рационе:

1)  $1,08x_1 + 0,52x_2 + 0,23x_3 + 0,12x_4 + 0,3x_5 \geq 17,4$

2)  $10,4x_1 + 7,23x_2 + 2,45x_3 + 1,65x_4 + 2,82x_5 \geq 209$

3)  $116x_1 + 78x_2 + 24x_3 + 9x_4 + 10x_5 \geq 1825$

4)  $7,6x_1 + 9,2x_2 + 1,9x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 \geq 126$

5)  $2,5x_1 + 2,2x_2 + 0,9x_3 + 0,5x_4 + 0,5x_5 \geq 90$

6)  $25x_2 + 20x_3 + 0,1x_4 + 0,2x_5 \geq 785$

II) Ограничение по содержанию сухого вещества в рационе:

7)  $0,87x_1 + 0,83x_2 + 0,25x_3 + 0,12x_4 + 0,22x_5 \leq 20,5$

III) Ограничения по содержанию отдельных групп кормов в рационе:

8) концентрированных кормов не менее

$1,08x_1 \geq 4,35, (17,4 \times 0,25);$

9) концентрированных кормов не более

$1,08x_1 \leq 5,22, (17,4 \times 0,30);$

10) грубых кормов не менее

$0,52x_2 \geq 3,40, (17,4 \times 0,20);$

11) грубых кормов не более

$0,52x_2 \leq 6,09, (17,4 \times 0,35);$

12) сочных кормов не менее

$0,23x_3 \geq 6,09, (17,4 \times 0,35);$

13) сочных кормов не более

$$0,23x_3 \leq 8,7, (17,4 \times 0,5);$$

14) корнеклубнеплодов не менее

$$0,12x_4 + 0,3x_5 \geq 1,74, (17,4 \times 0,1);$$

15) корнеклубнеплодов не более

$$0,12x_4 + 0,3x_5 \leq 2,61, (17,4 \times 0,15);$$

IV. Ограничение по удельному весу картофеля в группе корнеклубнеплодов

16)  $0,3x_5 \leq 0,2 (0,12x_4 + 0,3x_5)$ , или после преобразований  $0,3x_5 \leq 0,024x_4 + 0,06x_5$ ;  $0,024x_4 \leq -0,3x_5 + 0,06x_5$ ;  $-0,024x_4 + 0,24x_5 \leq 0$ .

Целевая функция – минимальная стоимость рациона:

$$Z = 5,2x_1 + 0,6x_2 + 0,3x_3 + 1,1x_4 + 1,0x_5 \rightarrow \min$$

Развёрнутая модель задачи записывается в виде матрицы (табл. 1.2.).

*Решение задачи симплексным методом с использованием искусственного базиса (М – метод)*

Задачу оптимизации рациона кормления (пример 1.1.) можно решить на ЭВМ симплексным методом.

Алгоритм симплексного метода разберём на упрощённом варианте данной задачи. В хозяйстве имеются корма: комбикорм, сено клеверное, силос вико-овсяный и свекла кормовая.

Требуется составить суточный рацион для коров со средней живой массой 600 кг для получения от них в сутки 24 кг молока, жирностью 3,9 – 4,0%. Для получения такой продуктивности коровам необходимо дать в сутки не менее 17,4 кг кормовых единиц, и 1825 г переваримого протеина. Сухого вещества в рационе должно быть не более 20,5 кг. В условиях данного хозяйства расход концентратов не может превышать 5 кг в день, сена 10 кг, силоса 35 кг и кормовой свеклы 22 кг. Содержание питательных веществ и сухого вещества в 1 кг корма и стоимость кормов

## **1.2. Матрица экономико-математической задачи оптимизации суточного рациона кормления коров**

<div style="text-align: center;"> <div>Переменные</div> <div>Ограничения</div> </div>	Единицы измерения	Комбикорм, кг	Сено клеверное, кг	Силос вико-овсяный, кг	Свекла кормовая, кг	Картофель сырой, кг	Знак ограничений	Объём ограничений
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$		
1. Кормовые единицы	кг	1,08	0,52	0,23	0,12	0,3	$\geq$	17,4
2. Обменная энергия	МДж	10,4	7,23	2,45	1,65	2,82	$\geq$	209
3. Переваримый протеин	г	116	78	24	9	10	$\geq$	1825
4. Кальций	г	7,6	9,2	1,9	0,4	0,2	$\geq$	126
5. Фосфор	г	2,5	2,2	0,9	0,5	0,5	$\geq$	90
6. Каротин	мг		25	20	0,1	0,2	$\geq$	785
7. Сухое вещество	кг	0,87	0,83	0,25	0,12	0,22	$\leq$	20,5
8. Концентраты, не менее	кг к.ед.	1,08					$\geq$	4,35
9. Концентраты, не более	кг к.ед.	1,08					$\leq$	5,22
10. Грубые корма, не менее	кг к.ед.		0,52				$\geq$	3,40
11. Грубые корма, не более	кг к.ед.		0,52				$\leq$	6,09
12. Сочные корма, не менее	кг к.ед.			0,23			$\geq$	6,09
13. Сочные корма, не более	кг к.ед.			0,23			$\leq$	8,70
14. Корнеклубнеплоды, не менее	кг к.ед.				0,12	0,3	$\geq$	1,74
15. Корнеклубнеплоды, не более	кг к.ед.				0,12	0,3	$\leq$	2,61
16. Картофель в группе корнеклубн.	кг к.ед.				-0,024	0,24	$\leq$	0
Z - минимальная стоимость рациона	руб.	5,2	0,6	0,3	1,1	1,0	$\rightarrow$	min

приведены в таблице 1.1.

*Решение.* Обозначим через  $x_1$  – количество концентратов, через  $x_2$  – сена,  $x_3$  – силоса и  $x_4$  – кормовой свеклы, которые войдут в суточный рацион коров.

Запишем условия задачи в виде системы ограничений.

$$1) \quad 1,08x_1 + 0,52x_2 + 0,23x_3 + 0,12x_4 \geq 17,4$$

$$2) \quad 116x_1 + 78x_2 + 24x_3 + 9x_4 = 1825$$

$$3) \quad 0,87x_1 + 0,83x_2 + 0,25x_3 + 0,12x_4 \leq 20,5$$

$$4) \quad x_1 \leq 5$$

$$5) \quad x_2 \leq 10$$

$$6) \quad x_3 \leq 35$$

$$7) \quad x_4 \leq 22$$

Все неизвестные должны быть неотрицательными:

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0.$$

Целевая функция:  $Z = 5,2x_1 + 0,6x_2 + 0,3x_3 + 1,1x_4 \rightarrow \min$ .

Преобразуем неравенства в равенства путём введения дополнительных неизвестных  $x_5 \dots x_{10}$ , т.е. приведём задачу к каноническому виду:

$$1) \quad 1,08x_1 + 0,52x_2 + 0,23x_3 + 0,12x_4 - x_5 = 17,4$$

$$2) \quad 116x_1 + 78x_2 + 24x_3 + 9x_4 = 1825$$

$$3) \quad 0,87x_1 + 0,83x_2 + 0,25x_3 + 0,12x_4 + x_6 = 20,5$$

$$4) \quad x_1 + x_7 = 5$$

$$5) \quad x_2 + x_8 = 10$$

$$6) \quad x_3 + x_9 = 35$$

$$7) \quad x_4 + x_{10} = 22$$

$$Z_{\min} = 5,2x_1 + 0,6x_2 + 0,3x_3 + 1,1x_4 - 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10}.$$

Данная система не имеет естественного базиса для решения задачи, так как  $x_5$  имеет отрицательный коэффициент и не может служить в качестве базисной неизвестной вследствие условия неотрицательности. Ограничение по количеству переваримого протеина заданное ограничением типа  $(=)$ , также не имеет естественного базиса.

Для получения исходного базисного решения в первые два уравнения необходимо ввести искусственные неизвестные  $Y_1$  и  $Y_2$  с положительным единичным коэффициентом, т.е. вводится некоторая вспомогательная функция  $F = (Y_1 + Y_2)$ , которая должна стремиться к нулю. В целевую функцию искусственные неизвестные вводятся с очень большой оценкой  $M$ . При решении задач на минимум эта оценка вводится с положительным знаком:

$$1) \quad 1,08x_1 + 0,52x_2 + 0,23x_3 + 0,12x_4 - x_5 + y_1 = 17,4$$

$$2) \quad 116x_1 + 78x_2 + 24x_3 + 9x_4 + y_2 = 1825$$

$$3) \quad 0,87x_1 + 0,83x_2 + 0,25x_3 + 0,12x_4 + x_6 = 20,5$$

$$4) \quad x_1 + x_7 = 5$$

$$5) \quad x_2 + x_8 = 10$$

$$6) \quad x_3 + x_9 = 35$$

$$7) \quad x_4 + x_{10} = 22$$

$$Z_{min} = 5,2x_1 + 0,6x_2 + 0,3x_3 + 1,1x_4 - 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + My_1 + My_2.$$

Разрешим уравнения системы относительно неизвестных  $y_1, y_2, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ :

$$y_1 = 17,4 - (1,08x_1 + 0,52x_2 + 0,23x_3 + 0,12x_4 - x_5)$$

$$y_2 = 1825 - (116x_1 + 78x_2 + 24x_3 + 9x_4)$$

$$x_6 = 20,5 - (0,87x_1 + 0,83x_2 + 0,25x_3 + 0,12x_4)$$

$$x_7 = 5 - x_1$$

$$x_8 = 10 - x_2$$

$$x_9 = 35 - x_3$$

$$x_{10} = 22 - x_4$$

$$Z = 0 - (-5,2x_1 - 0,6x_2 - 0,3x_3 - 1,1x_4) + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} \rightarrow \min$$

$$F = 1842,4M - (117,08x_1 + 78,52x_2 + 24,23x_3 + 9,12x_4 - x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10})M;$$

Находим базисное решение задачи. Для этого принимаем  $x_1 \dots x_4 = 0$ , тогда  $y_1 = 17,4$ ;  $y_2 = 1825$ ;  $x_6 = 20,5$ ;  $x_7 = 5$ ;  $x_8 = 10$ ;  $x_9 = 35$ ;  $x_{10} = 22$ . В результате получим неотрицательное решение, т.е. исходный опорный план.

Далее составим первую симплексную таблицу (табл. 1.3.), в которой по строкам, где ограничения заданы неравенствами ( $\geq$ ) и равенствами ( $=$ ) в базис введём искусственные неизвестные  $y_1$  и  $y_2$ , а по строкам с ограничениями типа ( $\leq$ ) - дополнительные неизвестные  $x_6$ ;  $x_7$ ;  $x_8$ ;  $x_9$ ;  $x_{10}$ . В данной задаче базис получается смешанным.

При решении задач на минимум в симплексных таблицах индексная строка для удобства вычисления записывается в две строки  $m+1$  и  $m+2$ . В строке  $m+1$  записываются денежные оценки, а в строке  $m+2$  –  $M$  оценки. При решении задач на минимум в строку  $m+1$  денежные оценки заносятся с отрицательным знаком.

1. Проверка опорного плана (симплексная таблица 1) на оптимальность показывает, что план не оптимален. В строке  $m+2$  имеются четыре положительных числа (117,08; 78,52; 24,23 и 9,12). При решении задач на минимум план считается оптимальным, если в строке  $m+1$ , ( $Z$ ) отсутствуют положительные оценки.

2. Находим разрешающий столбец по максимальной положительной оценке в строке  $m+2$ . Разрешающий столбец  $x_1$ , так как в индексной строке имеется наибольшая положительная оценка (117,08). Неизвестная  $x_1$ , которой обозначен разрешающий, столбец вводится в базис.

3. Чтобы узнать какую неизвестную следует вывести из базиса, надо все элементы столбца свободных членов ( $b_i$ ) почленно разделить на положительные элементы разрешающего столбца. Результат записывается в столбце  $b_i/a_{ij}$ .

$$17,4 : 1,08 = 16,1111$$

$$1825 : 116 = 15,73$$

$$20,5 : 0,87 = 23,56$$

$$5 : 1 = 5$$



### 1.3 Симплексная таблица 1

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	
1	$y_1$	M	17,4	1,08	0,52	0,23	0,12	-1	0	0	0	0	0	16,111
2	$y_2$	M	1825	116	78	24	9	0	0	0	0	0	0	15,73
3	$x_6$	0	20,5	0,87	0,83	0,25	0,12	0	1	0	0	0	0	23,56
4	$x_7$	0	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	5,0 ←
5	$x_8$	0	10	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
6	$x_9$	0	35	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
7	$x_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
$m+1$	$Z$		0	-5,2	-0,6	-0,3	-1,1	0	0	0	0	0	0	
$m+2$	$F$	M	1842,4	117,08	78,52	24,83	9,12	-1	0	0	0	0	0	

↑

### 1.4. Симплексная таблица 2

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	
1	$y_1$	M	12	0	0,52	0,23	0,12	-1	0	-1,08	0	0	0	23,077
2	$y_2$	M	1245	0	78	24	9	0	0	-116	0	0	0	15,96
3	$x_6$	0	16,15	0	0,83	0,25	0,12	0	-1	-0,87	0	0	0	19,46
4	$x_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	$x_8$	0	10	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	10,0←
6	$x_9$	0	35	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
7	$x_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
$m+1$	$Z$		26	0	-0,6	-0,3	-1,1	0	0	5,2	0	0	0	
$m+2$	$F$	M	1257	0	78,52	24,23	9,12	-1	0	-117,08	0	0	0	

↑

Неизвестная ( $x_7$ ), находящаяся в строке с наименьшим частным, выводится из базиса. Такая строка называется разрешающей<sup>1</sup>. Разрешающий столбец и разрешающая строка в симплексных таблицах выделяются тоном или обозначаются стрелкой. На пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца находится разрешающий элемент (ключевой, главный).

Решение задачи осуществляется путём замены базисных неизвестных. Переход от одной симплексной таблицы к другой называется шагом или интерацией. На каждом шаге одна неизвестная вводится в базис и одна выводится из базиса. Поэтому во второй симплексной таблице, в столбце (базис), на месте дополнительной неизвестной ( $x_7$ ) будет ( $x_1$ ) с оценкой 5,2; остальные базисные неизвестные не меняются. Все коэффициенты второй симплексной таблицы рассчитываются на основании первой, т.е. любая последующая таблица рассчитывается на основе предыдущей.

4. Расчёт и заполнение новой таблицы всегда начинается со строки, которая в предыдущей таблице была разрешающей. В данном примере (симплексная таблица 1) это строка №4. Коэффициенты этой строки определяются путём деления каждого элемента разрешающей строки на разрешающий элемент:

$$5 : 1 = 5; \quad 1 : 1 = 1; \quad 0 : 1 = 0 \text{ и т.д.}$$

Далее заполняется столбец новой таблицы, который в предыдущей таблице был разрешающим. Здесь на месте разрешающего элемента будет 1 (единица), а все остальные элементы равны нулю. Все остальные элементы новой таблицы рассчитываются по правилу прямоугольника:

---

<sup>1</sup> В литературе встречаются и другие наименования разрешающего столбца и разрешающей строки (направляющий, направляющая, главная, ключевая).

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Новое значение} \\ \text{элемента находящегося в } i - \\ \text{строке и } j - \\ \text{столбце} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \text{Старое} \\ \text{значение} \\ \text{элемента} \end{array}} - \frac{\boxed{\begin{array}{l} \text{Элемент матри-} \\ \text{цы находящийся} \\ \text{на пересечении } j \\ \text{– столбца и раз-} \\ \text{реш. строки} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{l} \text{Элемент матри-} \\ \text{цы находящийся} \\ \text{на пересечении } i - \\ \text{строки и разреш.} \\ \text{столбца} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{l} \text{Разрешающий элемент} \end{array}}}$$

Рассчитаем элементы столбца  $bi$  в симплексной таблице 2. Например, вместо коэффициента 17,4 (симплексная таблица 1) в новой таблице будет:

$$17,4 - \frac{5 \times 1,08}{1} = 12; \text{ вместо } 1825 \text{ получим}$$

$$1825 - \frac{5 \times 116}{1} = 1245; \text{ и т.д.}$$

$$20,5 - \frac{5 \times 0,87}{1} = 16,25;$$

$$10 - \frac{5 \times 0}{1} = 10;$$

$$35 - \frac{5 \times 0}{1} = 35;$$

$$22 - \frac{5 \times 0}{1} = 22;$$

$$0 - \frac{5 \times (-5,2)}{1} = 26;$$

$$1842,4 - \frac{5 \times 117,08}{1} = 1257;$$

Аналогично вычисляются элементы всех других столбцов. Если в предыдущей симплексной таблице в разрешающей строке в каком либо столбце стоит нуль, то данный столбец в последующей таблице остаётся без из-

менений. Если в разрешающем столбце в какой-либо строке стоит нуль, то эта строка не изменяется.

Например: в столбце  $x_3$  в разрешающей строке ( $i=4$ ) симплексной таблицы №1 стоит нуль, то данный столбец в симплексной таблице 2 не изменяется и т.д.

Контроль правильности вычислений осуществляется по коэффициентам индексной строки ( $m+1$  и  $m+2$ ). Значения коэффициентов строки ( $m+1$ ), вычисленные по прави-

лу прямоугольника и по формуле:  $Z_j = \sum_i c_i \times a_{ij} - c_j$ , т.е.

элементы строки ( $m+1$ ) по всем столбцам равны сумме произведений столбца  $c_i$  на коэффициенты  $j$  – столбца матрицы минус  $c_j$ , где  $c_j$  – оценка  $j$  столбца.

Например: в симплексной таблице 2 в столбце  $b_i$  (строка  $m+1$ ) значение  $Z_0$ , вычисленное по правилу прямоугольника, равно 26. Вычисление по формуле:  $Z_0 = 16,15 \times 0 + 5,2 \times 5 + 10 \times 0 + 35 \times 0 + 22 \times 0 - 0 = 26$ , т.е. результаты вычислений совпадают, следовательно элементы столбца  $b_i$  симплексной таблицы, рассчитаны правильно. Аналогично вычисляются коэффициенты строки ( $m+1$ ) по всем другим столбцам.

$Z_2 = 0,83 \times 0 + 5,2 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times 0 - 0,6 = -0,6$  и т.д.

Коэффициенты строки  $m+2$ , вычисленные по правилу прямоугольника и по формуле оценок также совпадают.

$$F_0 = M \times 12 + M \times 1245 = 1257 M;$$

$$F_2 = M \times 0,52 + M \times 78 = 78,52 M; \text{ и т.д.}$$

Проверка симплексной таблицы 2 на оптимальность показывает, что план не оптимален. В строке ( $m+2$ ) имеются положительные коэффициенты.

Разрешающий столбец в данной таблице  $x_2$ , разрешающая строка  $x_8$ , разрешающий элемент 1.

### 1.4. Симплексная таблица 3

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	
1	$y_1$	M	6,8	0	0	0,23	0,12	-1	0	-1,08	-0,52	0	0	29,565
2	$y_2$	M	465	0	0	24	9	0	0	-116	-78	0	0	19,375←
3	$x_6$	0	7,85	0	0	0,25	0,12	0	1	-0,87	-0,83	0	0	31,4
4	$x_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	$x_2$	0,6	10	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
6	$x_9$	0	35	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	35,0
7	$x_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
$m+1$	$Z$		32	0	0	-0,3	-1,1	0	0	5,2	0,6	0	0	
$m+2$	$F$	M	471,8	0	0	24,23	9,12	-1	0	-117,08	-78,52	0	0	

↑

### 1.5. Симплексная таблица 4

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	
1	$y_1$	M	2,344	0	0	0	0,034	-1	0	0,032	0,228	0	0	10,28
2	$x_3$	0,3	19,375	0	0	1	0,375	0	0	-4,833	-3,25	0	0	
3	$x_6$	0	3,01	0	0	0	0,026	0	1	0,338	-0,018	0	0	
4	$x_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	$x_2$	0,6	10	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	10
6	$x_9$	0	15,625	0	0	0	-0,375	0	0	4,833	3,25	1	0	4,81←
7	$x_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	
$m+1$	$Z$		37,8	0	0	0	-0,9875	0	0	3,75	-0,375	0	0	
$m+2$	$F$	M	2,344	0	0	0	0,034	-1	0	0,032	0,288	0	0	

↑

Третья симплексная таблица заполняется аналогично на основании второй. Дополнительная переменная  $x_8$  выводится из базиса, переменная  $x_2$  вводится в базис.

В симплексной таблице 2 разрешающий элемент 1, следовательно данная строка в третьей таблице остаётся без изменений:

$$10 : 1 = 10; \quad 0 : 1 = 0; \quad 1 : 1 = 1; \quad 0 : 1 = 0 \text{ и т.д.}$$

В столбце  $x_2$  на месте разрешающего элемента будет 1; все остальные элементы нули. Все другие элементы вычисляются по правилу прямоугольника и по формуле оценок.

Значения индексной строки третьей симплексной таблицы свидетельствуют о том, что план можно улучшить путём ввода в базис  $x_3$  и вывода искусственной переменной  $y_2$ .

В третьей симплексной таблице разрешающий элемент равен 24, поэтому данная строка в четвёртой симплексной таблице изменяется:

$$465 : 24 = 19,375; \quad 0 : 24 = 0; \quad 0 : 24 = 0; \quad 24 : 24 = 1;$$

$$9 : 24 = 0,375; \quad 0 : 24 = 0; \quad 0 : 24 = 0; \quad -116 : 24 = -4,833; \quad -78 : 24 = -3,25; \quad 0 : 24 = 0; \quad 0 : 24 = 0.$$

Как и в предыдущих таблицах в разрешающем столбце на месте разрешающего элемента будет 1, а остальные элементы нули.

В четвёртой симплексной таблице оптимальный план не достигнут. За разрешающий столбец принимается  $x_8$ , а за разрешающую строку  $x_9$ . В результате в базис вводится  $x_8$ , а выводится из него  $x_9$ .

Не достигнуто оптимальное решение данной задачи и в пятой симплексной таблице. В строке  $(m+2)$  в столбце  $x_4$  имеется положительный коэффициент 0,06, следовательно данный столбец будет разрешающим, а разрешающей строкой – первая, как имеющая наименьшее симплексное отношение  $b_i / a_{ij} = 20,83$ . В результате искусственная пе-

ременная  $y_1$  в шестой симплексной таблице выводится из базиса, а в базис вводится  $x_4$ .

В шестой симплексной таблице получен оптимальный план. Все искусственные переменные ( $y_1$  и  $y_2$ ) выведены из базиса. По строке  $(m+2)$  значения всех элементов равны нулю, а в строке  $(m+1)$  все значения либо отрицательны, либо равны нулю.

Оптимальное решение получено при следующих значениях неизвестных:

$$x_1 = 5; \quad x_2 = 2,8; \quad x_3 = 35; \quad x_4 = 20,8; \quad x_6 = 2,6; \quad x_8 = 7,21; \\ x_{10} = 1,166.$$

Значение целевой функции равно 61,1. Из симплексной таблицы 6 следует, что в оптимальной суточный рацион коров включены следующие корма: комбикорм №2  $x_1=5$  кг; сено клеверное  $x_2=2,8$  кг; силос вико-овсяный  $x_3=35$  кг; свекла кормовая  $x_4=20,8$  кг. Стоимость рациона составила 61,1 руб.

В базис вошла неизвестная  $x_6=2,6$ , которая означает недостаток сухого вещества в рационе по сравнению с нормативными требованиями. Неизвестные  $x_8$  и  $x_{10}$  означают недоиспользование сена и корнеплодов соответственно 7,2 и 1,2 кг, так как минимальная стоимость рациона 61,1 руб. получена при включении в рацион 2,8 кг сена клеверного и 20,8 кг кормовой свеклы. При этом анализ оптимального по стоимости рациона показывает, что поддерживаются все ограничения задачи:

- по кормовым единицам

$$(5 \times 1,08) + (2,8 \times 0,52) + (35 \times 0,23) + (20,8 \times 0,12) = 17,4 \quad (=17,4)$$

- по переваримому протеину

$$(5 \times 116) + (2,8 \times 78) + (35 \times 24) + (20,8 \times 9) = 1825,6^2 \quad (>1825)$$

---

<sup>2</sup> Превышение переваримого протеина над нормой в количестве 0,6 г – результат округления коэффициентов в симплексных таблицах до трех знаков после запятой.

### 1.6. Симплексная таблица 5

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	
1	$y_1$	M	1,25	0	0	0	0,06	-1	0	-0,307	0	-0,07	0	20,83
2	$x_3$	0,3	35	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
3	$x_6$	0	3,1	0	0	0	0,024	0	1	0,365	0	0,006	0	129,2
4	$x_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
5	$x_2$	0,6	5,2	0	1	0	0,115	0	0	-1,487	0	-0,308	0	45,2
6	$x_8$	0	4,81	0	0	0	-0,115	0	0	1,487	1	0,308	0	
7	$x_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	22←
$m+1$	$Z$		39,6	0	0	0	-1,031	0	0	4,31	0	0,115	0	
$m+2$	$F$	$M$	1,25	0	0	0	0,06	-1	0	-0,307	0	-0,07	0	

↑

### 1.7 Симплексная таблица 6

$i$	Базис	$c_i$	$c_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	0	0	0	0	0
			$b_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$
1	$x_4$	1,1	20,8	0	0	0	1	-16,67	0	-5,12	0	-1,167	0
2	$x_3$	0,3	35	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
3	$x_6$	0	2,6	0	0	0	0	0,4	1	0,488	0	0,034	0
4	$x_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
5	$x_2$	0,6	2,8	0	1	0	0	1,92	0	-0,899	0	-0,174	0
6	$x_8$	0	7,2	0	0	0	0	-1,92	0	0,899	1	0,174	0
7	$x_{10}$	0	1,2	0	0	0	0	16,67	0	5,12	0	1,167	1
$m+1$	$Z$		61,1	0	0	0	0	-17,18	0	-0,9	0	-1,088	0
$m+2$	$F$	$M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



- по сухому веществу

$$(5 \times 0,87) + (2,8 \times 0,83) + (35 \times 0,25) + (20,8 \times 0,12) = 17,92 (< 20,5)$$

- целевая функция

$$Z = (5 \times 5,2) + (2,8 \times 0,6) + (35 \times 0,3) + (20,8 \times 1,1) = 61,06 (\approx 61,1)$$

Практика кормления высокопродуктивных дойных коров в период их интенсивного раздоя (на 2-3 мес. лактации) показывает, что в рационах зимнего периода имеется недостаток обменной энергии, фосфора, сахара. В связи с тем, что в упрощенный вариант задачи (1.1.) не были заданы ограничения по выше названным показателям, в оптимальном по стоимости рационе недостаточно обменной энергии (-13,69 мДж), фосфора (-29,6 г) и сахара (-623 г). Сбалансировать данный рацион по этим показателям можно путем ввода в него патоки и минеральных добавок (динатрий фосфат, кормовой преципитат и т.п.).

Разобранную ранее задачу можно решить модифицированным симплексным методом, при котором в симплексных таблицах опускаются столбцы единичной матрицы. При этом таблицы становятся менее громоздкими (табл. 1.8-1.13).

### 1.8. Симплексная таблица 1

<i>i</i>	<i>Базис</i>	<i>C<sub>i</sub></i>	<i>C<sub>j</sub></i>	5,2	0,6	0,3	1,1		$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			<i>b<sub>i</sub></i>	<i>x<sub>1</sub></i>	<i>x<sub>2</sub></i>	<i>x<sub>3</sub></i>	<i>x<sub>4</sub></i>	<i>x<sub>5</sub></i>	
1	У <sub>1</sub>	М	17,4	1,08	0,52	0,23	0,12	-1	16,1111
2	У <sub>2</sub>	М	1825	116	78	24	9	0	15,73
3	Х <sub>6</sub>	0	20,5	0,87	0,83	0,25	0,12	0	23,56
4	Х <sub>7</sub>	0	5	1	0	0	0	0	5,0 ←
5	Х <sub>8</sub>	0	10	0	1	0	0	0	
6	Х <sub>9</sub>	0	35	0	0	1	0	0	
7	Х <sub>10</sub>	0	22	0	0	0	1	0	
<i>m+1</i>	<i>Z</i>		0	-5,2	-0,6	-0,3	-1,1	0	
<i>m+2</i>	<i>F</i>	<i>M</i>	1842,4	117,08	78,52	24,23	9,12	-1	

↑

При решении задач модифицированным симплексным методом неизвестные разрешающего столбца и разрешающей строки меняются местами.

### 1.9. Симплексная таблица 2

$i$	Базис	$C_i$	$C_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_7$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
1	$Y_1$	M	12	-1,08	0,52	0,23	0,12	-1	23,077
2	$Y_2$	M	1245	-116	78	24	9	0	15,96
3	$X_6$	0	16,15	-0,87	0,83	0,25	0,12	0	19,46
4	$X_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	
5	$X_8$	0	10	0	1	0	0	0	10,0 ←
6	$X_9$	0	35	0	0	1	0	0	
7	$X_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	
$m+1$	$Z$		26	5,2	-0,6	-0,3	-1,1	0	
$m+2$	$F$	$M$	1257	-117,08	78,52	24,23	9,12	-1	

↑

### 1.10. Симплексная таблица 3

$i$	Базис	$C_i$	$C_j$	5,2	0,6	0,3	1,1	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_7$	$x_8$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
1	$Y_1$	M	6,8	-1,08	-0,52	0,23	0,12	-1	29,565
2	$Y_2$	M	465	-116	-78	24	9	0	19,375 ←
3	$X_6$	0	7,85	-0,87	-0,83	0,25	0,12	0	31,4
4	$X_1$	5,2	5	1	0	0	0	0	
5	$X_2$	0,6	10	0	1	0	0	0	
6	$X_9$	0	35	0	0	1	0	0	35,0
7	$X_{10}$	0	22	0	0	0	1	0	
$m+1$	$Z$		32	5,2	0,6	-0,3	-1,1	0	
$m+2$	$F$	M	471,8	-117,08	-78,52	24,23	9,12	-1	

↑

### 1.11. Симплексная таблица 4

$i$	Базис	$C_i$	$C_j$	5,2	0,6	1,1	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_7$	$x_8$	$x_4$	$x_5$	
1	$Y_1$	M	2,344	-0,032	0,228	0,034	-1	10,28
2	$X_3$	0,3	19,375	-4,833	-3,25	0,375	0	
3	$X_6$	0	3,01	0,338	-0,018	0,026	0	
4	$X_1$	5,2	5	1	0	0	0	
5	$X_2$	0,6	10	0	1	0	0	10,0
6	$X_9$	0	15,625	4,833	3,25	-0,375	0	4,81 ←
7	$X_{10}$	0	22	0	0	1	0	
$m+1$	$Z$		37,8	3,75	-0,375	-0,9875	0	
$m+2$	$F$	M	2,344	0,032	0,228	0,034	-1	

↑

### 1.12. Симплексная таблица 5

$i$	Базис	$C_i$	$C_j$	5,2	0,6	1,1	0	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$b_i$	$x_7$	$x_9$	$x_4$	$x_5$	
1	$Y_1$	M	1,25	-0,307	-0,07	0,06	-1	20,83 ←
2	$X_3$	0,3	35	0	1	0	0	
3	$X_6$	0	3,1	0,365	0,006	0,024	0	129,2
4	$X_1$	5,2	5	1	0	0	0	
5	$X_2$	0,6	5,2	-1,487	-0,308	0,115	0	45,2
6	$X_8$	0	4,81	1,487	0,308	-0,115	0	
7	$X_{10}$	0	22	0	0	1	0	22,0
$m+1$	$Z$		39,6	4,31	0,115	-1,031	0	
$m+2$	$F$	M	1,25	-0,307	-0,07	0,06	-1	

↑

### 1.13. Симплексная таблица 6

$i$	Базис	$C_i$	$C_j$	5,2	0,6	0
			$b_i$	$x_7$	$x_9$	$x_5$
1	$X_4$	1,1	20,8	-5,12	-1,167	-16,67
2	$X_3$	0,3	35	0	1	0
3	$X_6$	0	2,6	0,488	0,034	0,4
4	$X_1$	5,2	5	1	0	0
5	$X_2$	0,6	2,8	-0,899	-0,174	1,92
6	$X_8$	0	7,2	0,899	0,174	-1,92
7	$X_{10}$	0	1,2	5,12	1,167	16,67
$m+1$	$Z$		61,1	-0,9	-1,088	-17,18
$m+2$	$F$	M	0	0	0	0

### *Контрольные вопросы:*

1. Предмет и задачи курса в системе дисциплин специальности.
2. Методы исследования применяемые в курсе.
3. Как формируется общая задача линейного программирования?
4. Стандартная и каноническая формы задачи линейного программирования.
5. Понятие допустимого решения. Опорный и оптимальный план (решение) задачи линейного программирования.
6. Возможные критерии оптимальности используемые в задачах математического программирования.
7. По какой схеме решается задача линейного программирования симплексным методом?
8. Как проверяется план на оптимальность?
9. По каким критериям находят разрешающий столбец и разрешающую строку?
10. С чего начинается заполнение следующей симплексной таблицы?
11. По каким правилам ведётся пересчёт элементов, находящихся в  $i$  строке и  $j$  столбце в симплексных таблицах?
12. Чем отличается алгоритм симплексного метода с искусственным базисом от алгоритма с естественным базисом?
13. Что такое  $M$  – оценки и их роль в решении задач симплексным методом?
14. Чем отличается решение задач модифицированным симплексным методом от обычного симплексного метода?
15. Сущность модифицированного симплексного метода.
16. Постановка задачи оптимизации кормового рациона. Переменные и ограничения модели.

17. Критерии оптимальности задачи оптимизации кормового рациона, их смысл и математическая запись.
18. Математическая (структурная) модель задачи оптимизации кормового рациона.
19. Схема числовой (развёрнутой) модели задачи оптимизации кормового рациона.

### *Задание 1.1.*

Требуется составить экономико-математическую модель оптимизации суточного рациона кормления для коров на зимний стойловый период. Живая масса коров 600 кг. Нормы кормления коров в зависимости от суточного удоя приведены в таблице 1.14.

### ***1.14. Нормы кормления дойных коров. Живая масса 600 кг***

№ варианта	Суточный удой, кг	Показатели						
		кормовые един.	переварим. протеин	обменная энергия	сухое вещество	Са	Р	каротин
	ед. изм.	кг	г	МДж	кг	г	г	мг
1	18	14,1	1410	166	18,2	102	72	635
2	20	15,1	1510	177	18,9	110	78	680
3	22	16,3	1665	189	19,7	118	84	730
4	24	17,4	1825	200	20,5	126	90	785
5	26	18,7	1960	213	21,3	134	96	840
6	28	19,9	2090	225	22,1	142	102	895
7	30	21,2	2280	237	22,9	150	108	1010
8	32	22,5	2475	249	23,7	158	114	1125
9	36	25,1	2760	273	25,1	174	126	1255
0								

- 1) Экономико-математическую модель составить в развёрнутом и матричном видах. Задачу решить на ЭВМ симплексным методом.

2) Составить упрощённый вариант задачи оптимизации кормового рациона.

В модель включить: кормовые единицы, переваримый протеин и сухое вещество; а из кормов: комбикорм, сено, силос. Задачу решить вручную симплексным методом с использованием искусственного базиса.

Содержание питательных веществ в 1 кг корма и стоимость кормов приведены в таблице 1.1.

В соответствии с зоотехническими требованиями отдельные группы кормов в рационе могут изменяться в пределах, указанных в таблице 1.15.

### ***1.15. Содержание отдельных групп кормов в рационе к общему количеству кормовых единиц (%)***

Номер варианта	Концентра- ты		Грубые корма		Сочные корма		Корнеклуб- неплоды	
	min	max	min	max	min	max	min	max
0	15,0	25,0	15,0	30,0	35,0	50,0	6,0	10,0
1	15,5	25,5	14,5	29,5	34,5	49,5	6,5	10,5
2	16,0	26,0	14,0	29,0	34,0	50,0	7,0	11,0
3	16,5	26,5	13,5	28,5	33,5	49,5	7,5	11,5
4	17,0	27,0	13,0	28,0	33,0	48,0	8,0	12,0
5	17,5	28,0	12,5	27,5	32,5	50,0	8,5	12,5
6	18,0	29,0	12,0	27,0	32,0	50,0	9,0	13,0
7	18,5	30,0	11,5	26,5	30,5	49,5	9,5	13,5
8	19,0	31,0	11,0	26,0	30,5	49,0	10,0	15,0
9	19,0	32,0	10,0	25,0	30,0	50,0	10,5	15,5

При составлении рациона необходимо учитывать ряд условий хозяйства, в соответствии с которыми удельный вес пшеницы и картофеля в отдельных группах кормов должен быть ограничен (табл. 1.16).

Критерий оптимальности – минимум стоимости рациона.

### ***1.16. Содержание отдельных кормов внутри групп (%)***

Номер варианта	Пшеница в группе концентратов не более	Картофель в группе корнеклубнеплодов не менее
0	25,0	10,0
1	25,5	10,5
2	26,0	11,0
3	26,5	11,5
4	27,0	12,0
5	27,5	12,5
6	28,0	13,0
7	28,5	13,5
8	29,0	14,0
9	29,5	14,5

### ***1.2. Экономико-математическая модель оптимизации структуры стада крупного рогатого скота***

Структура стада – это соотношение половозрастных групп животных в стаде, выраженное в процентах к общему поголовью животных данного вида. Для хозяйства экономически выгодно при производстве и реализации молока и мяса иметь такую структуру стада, которая бы обеспечивала наибольший экономический эффект.

Сформулировать задачу оптимизации структуры стада можно следующим образом: определить оптимальную структуру стада крупного рогатого скота в племенном репродукторе, которая обеспечила бы максимум чистого дохода.

*Пример 1.2.* Требуется составить экономико-математическую модель оптимизации структуры стада крупного рогатого скота.

Все стадо крупного рогатого скота принимается за единицу и подразделяется на 8 половозрастных групп: коровы, нетели, бычки и тёлки до 6 месяцев, бычки и тёлки от 6 до 12 месяцев, бычки и тёлки от 12 до 18 месяцев.

Для разработки модели необходимо иметь следующую информацию: темп расширения стада (расширенное

воспроизводство), процент выбраковки коров и молодняка, выход телят на 100 коров и нетелей, сохранность молодняка и сумма чистого дохода по каждой половозрастной группе.

Темп расширения стада племенного репродуктора по разведению животных чёрно-пёстрой породы определён в размере 3% при следующих нормах выбраковки: коровы - 25%, бычки тёлочки до 6 месяцев - 10%; бычки и тёлки от 6 до 12 месяцев - 3%; тёлки старше года - 10%. Выход приплода предусмотрен в размере 95 телят на 100 коров и нетелей.

В скотоводстве деление стада на половозрастные группы принято с интервалом 6 месяцев, поэтому сумма чистого дохода исчисляется за данный период.

На основе выхода продукции, цен реализации и затрат на производство и реализацию рассчитана сумма чистого дохода на 1 голову за 6 месяцев по каждой группе: коровы – 550 руб., нетели – 250 руб., бычки до 6 месяцев – 480 руб., тёлки до 6 месяцев – 390 руб., бычки от 6 до 12 месяцев – 495 руб., тёлки от 6 до 12 месяцев – 370 руб., бычки старше года 395 руб., тёлки старше года 280 руб. Критерий оптимальности - максимум чистого дохода.

Для построения экономико-математической модели оптимизации структуры стада используется следующая структурная запись.

Цель задачи – найти такую структуру стада крупного рогатого скота, при которой достигается максимум чистого дохода:

$$Z = \sum_{j \in N} c_j x_j \rightarrow \max, \quad (1.2.1.)$$

при выполнении следующих групп ограничений:

- 1) половозрастные группы скота в сумме должны составлять 1 или 100%:



$$\sum_{j \in N} x_j = 1, \quad \text{или} \quad \sum_{j \in N} x_j = 100; \quad (1.2.2.)$$

- 2) поголовье нетелей должно обеспечить замену поголовья коров и увеличение их в соответствии с темпами расширения стада:

$$X_2 \geq (H_1 + T)x_1; \quad (1.2.3.)$$

- 3) поголовье приплода должно соответствовать маточному поголовью:

$$x_3 + x_4 = t(p_1 x_1 + p_2 x_2); \quad (1.2.4.)$$

- 4) поголовье животных в старших группах должно быть не меньше поголовья в младших группах с учётом выбраковки животных:

$$(1 - H_j)x_j \geq x_{j+2}, \quad (j \in N); \quad (1.2.5.)$$

- 5) в группе приплода поголовье тёлочек должно соответствовать поголовью бычков:

$$x_3 = x_4; \quad (1.2.6.)$$

- 6) условие неотрицательности неизвестных  $x_j \geq 0$ , ( $j = 1, 2, \dots, 8$ ), где  $j$  – индекс переменной;  $x_j$  – переменная обозначающая удельный вес животных  $j$  – й половозрастной группы в стаде (в долях единицы);  $c_j$  – чистый доход от одной головы животных  $j$  – половозрастной группы за 6 – месячный период;  $H_j$  – норма выбраковки животных  $j$  – половозрастной группы в стаде с учётом падежа животных;  $T$  – темп расширения стада;  $t$  – коэффициент, характеризующий вероятность получения бычков и тёлочек;  $P_1, P_2$  – коэффициенты плодовитости коров и нетелей;  $N$  – множество, включающее номера переменных по удельному весу животных в стаде.

На основании условий задачи, по данной записи структурной экономико-математической модели определяется перечень переменных величин, составляется модель в развёрнутом виде и виде матрицы.

*Решение.* Определяем перечень переменных. Для этого обозначим удельный вес животных в стаде через:

$x_1$  – коровы;  $x_2$  – нетели;  $x_3$  – бычки до 6 месяцев;  $x_4$  – тёлки до 6 месяцев;  $x_5$  – бычки от 6 до 12 месяцев;  $x_6$  – тёлки от 6 до 12 месяцев;  $x_7$  – бычки от 12 до 18 месяцев;  $x_8$  – тёлки от 12 до 18 месяцев.

Запишем систему ограничений в развёрнутом виде.

1. Ограничение по сумме половозрастных групп скота:

$$1) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 1$$

2. Ограничение по замене нетелями выбывшего поголовья коров и увеличению его в соответствии с темпами расширения стада:

$$2) x_2 \geq (0,25 + 0,03) x_1,$$

или после преобразований получим

$$-0,28x_1 + x_2 \geq 0$$

3. Ограничение по соответствию приплода маточному поголовью:

$$3) x_3 + x_4 = 0,5 (0,95x_1 + 0,95x_2),$$

или после преобразований

$$- 0,475x_1 - 0,475x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

4. Ограничения по соответствию поголовья животных в младших группах поголовью в старших группах:

4) бычков до 6 месяцев и бычков от 6 до 12 месяцев  
 $(1 - 0,1) x_3 \geq x_5$  или  $0,9x_3 - x_5 \geq 0;$

5) тёлок до 6 месяцев и тёлок от 6 до 12 месяцев

$$(1 - 0,1) x_4 \geq x_6 \text{ или } 0,9x_4 - x_6 \geq 0;$$

6) бычков от 6 до 12 месяцев и бычков от 12 до 18 месяцев  
 $(1 - 0,03) x_5 \geq x_7$  или  $0,97x_5 - x_7 \geq 0;$

7) тёлок от 6 до 12 месяцев и тёлок от 12 до 18 месяцев  
 $(1 - 0,03) x_6 \geq x_8$  или  $0,97x_6 - x_8 \geq 0;$

8) тёлок от 12 до 18 месяцев и нетелей

$$(1 - 0,1) x_8 \geq x_2 \text{ или } -x_2 + 0,9x_8 \geq 0;$$

5. Ограничение по соотношению между бычками и тёлочками в группе приплода

$$9) x_3 = x_4 \text{ или } x_3 - x_4 = 0$$

Целевая функция – максимальный чистый доход:

$$Z = 550x_1 + 250x_2 + 480x_3 + 390x_4 + 495x_5 + 370x_6 + 390x_7 + 280x_8 \rightarrow \max.$$

Развёрнутая модель структуры стада записывается в виде матрицы (табл. 1.2.1.).

### Задание 2

Составить экономико-математическую модель оптимизации структуры стада крупного рогатого скота. Стадо состоит из восьми половозрастных групп: коровы, нетели, бычки и тёлки до 6 месяцев, бычки и тёлки от 6 до 12 месяцев, бычки и тёлки от 12 до 18 месяцев.

Темп расширения стада приведён в таблице 1.2.2., а нормы выбраковки животных в таблице 1.2.3.

#### 1.2.2. Темп расширения стада

	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Темп расширения, % стада	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0

#### 1.2.3. Нормы выбраковки, %

Номер варианта	Коровы	Тёлки до 6 мес.	Тёлки от 6 до 12 мес.	Тёлки старше года	Бычки	
					до 6 мес.	6-12 мес.
0	16,0	9,5	2,5	11,0	8,0	2,0
1	16,5	9,8	2,6	11,5	8,2	2,1
2	17,5	9,6	2,7	12,5	8,3	2,2
3	18,5	9,4	2,4	13,5	8,4	2,3
4	19,5	9,2	2,3	14,5	8,5	2,4
5	20,5	9,0	2,2	13,0	8,6	2,5
6	21,5	8,8	2,2	14,0	8,7	2,6
7	22,5	8,6	2,1	12,8	8,8	2,7
8	24,5	8,4	1,9	12,6	9,0	2,8
9	25,0	8,2	1,8	14,0	9,5	3,0

Критерий оптимальности – максимум чистого дохода.

Таблица 1.2.1.

<div> <div>Переменные</div> <div>Ограничения</div> </div>	Коровы	Нетели	Бычки до 6 месяцев	Тёлки до 6 месяцев	Бычки от 6 до 12 месяцев	Тёлки от 6 до 12 месяцев	Бычки от 12 до 18 месяцев	Тёлки от 12 до 18 месяцев	Знак ограничений	Объём ограничений
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$		
1. Состав стада	1	1	1	1	1	1	1	1	=	1
2. Соотношение между $x_1$ и $x_2$	-0,28	1							$\geq$	0
3. Соотношение между $x_3, x_4$ и $x_1, x_2$	0,475	-0,475	1	1					=	0
4. Соотношение между $x_3$ и $x_5$			0,9		-1				$\geq$	0
5. Соотношение между $x_4$ и $x_6$				0,9		-1			$\geq$	0
6. Соотношение между $x_5$ и $x_7$					0,97		-1		$\geq$	0
7. Соотношение между $x_6$ и $x_8$						0,97		-1	$\geq$	0
8. Соотношение между $x_8$ и $x_2$		-1						0,9	$\geq$	0
9. Соотношение между $x_3$ и $x_4$			1	-1					=	0
Z – максимальный чистый доход	550	250	480	390	495	370	390	280	$\rightarrow$	max

### 1.3. Транспортная задача (транспортная модель)

Данная модель используется для составления наиболее экономичного плана перевозок груза из нескольких пунктов поставки (склады, стога сена, силосные траншеи и т.п.) к пунктам потребления (например, животноводческие фермы). Транспортная задача представляет собой задачу линейного программирования, которую можно решить симплексным методом. Однако для решения транспортной задачи разработаны более простые методы: приближённый метод Фогеля, модифицированный распределительный метод (МОДИ), метод потенциалов.

Математическая модель. На рис. 1.3.1. показана транспортная модель в виде сети.

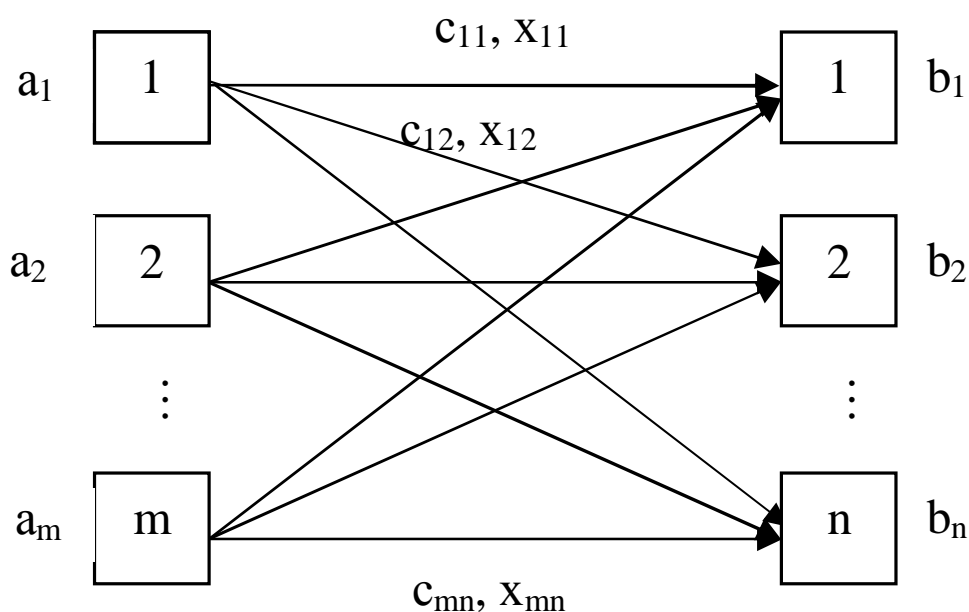


Рис. 1.3.1. Транспортная модель в виде сети с  $m$  исходными пунктами (поставщики) и  $n$  пунктами назначения (потребители).

Постановка транспортной задачи в общем виде: имеются  $m$  пунктов отправления  $1, 2, \dots, m$ , в которых имеется некоторое количество однородного продукта  $a_1, a_2, \dots, a_m$ .

Имеются  $n$  пунктов потребления  $1, 2, \dots, n$ , потребность которых в данном продукте равна  $b_1, b_2, \dots, b_n$ .

Из каждого пункта отправления возможна транспортировка продукта в любой пункт потребления (рис. 1.3.1.). Стоимость перевоза единицы груза из  $i$ -го пункта отправления в  $j$ -й пункт потребления с  $c_{ij}$  известна. Расстояния между пунктами отправления и пунктами потребления также известны.

Требуется составить такой план перевозок, при котором общие транспортные расходы будут минимальными:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1.3.1.)$$

при следующих ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i=1, 2, \dots, m); \quad (1.3.2.)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j=1, 2, \dots, n).$$

Если  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ , то такая транспортная модель называется закрытой, т.е. в данном случае запасы равны потребностям.

Если  $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$  или  $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$  (1.3.3.), то модель открытая. При решении задачи открытая модель всегда приводится к закрытой путем ввода фиктивного поставщика или потребителя, т.е. для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы общее количество груза выделяемого поставщиком, было равно суммарному спросу потребителей:  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ . (1.3.4.).

Условие неотрицательности

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (1.2.5.)$$

План транспортной задачи считается невырожденным, если при заполнении клеток транспортной таблицы выполнено следующее условие: количество заполненных клеток транспортной таблицы должно быть  $m+n-1$ , где  $m$  – число поставщиков,  $n$  – число потребителей.

*Пример.* В хозяйстве сено в количестве 2660 т заготовлено в 5 стогах ( $i=1, 2, \dots, 5$ ): в 1-м – 450 т, во 2-м – 300 т, в 3-м – 550 т, в 4-м – 660 т и в 5-м – 700 т. Эту массу сена предстоит развести по четырем фермам, потребности которых определены в следующем размере: ферме №1 требуется 400 т, №2 – 580 т, №3 – 630 и №4 – 700 т. Общая потребность меньше количества заготовленного сена на 350 т, поэтому в план надо ввести фиктивного потребителя  $b_{n+1}$ , т.е.  $b_{n+1}=2660-2310=350$ .

Расстояния от стога к фермам в км следующие (табл. 1.3.1.).

Таблица 1.3.1.

№ стога \ № фермы	1	2	3	4	5
1	5	7	4	3	2
2	9	8	5	4	7
3	4	5	9	7	3
4	6	3	7	5	9

Решение задачи начинается с построения транспортной таблицы (таблица 1.3.2.)

После построения транспортной таблицы 1 определяется некоторый начальный план перевозки сена к фермам, который удовлетворяет условиям задачи. Способы построения начального плана могут быть различными: способ северо-западного угла<sup>3</sup>, способ наименьшего тарифа (наименьшая величина оценки) и т.п.

---

<sup>3</sup> другое название (диагональный способ)

### 1.3.2. Транспортная таблица 1

Номер фермы	Номер стога					$\sum_1^n b_j$
	1	2	3	4	5	
1	5	7	4	3	2	400
2	9	8	5	4	7	580
3	4	5	9	7	3	630
4	6	3	7	5	9	700
5	0	0	0	0	0	350
$\sum_1^m a_i$	450	300	550	660	700	2660

Общим для всех случаев является правило: в клетку должна проставляться такая величина, которая не позволяет нарушать условий баланса задачи.

Построим начальный вариант плана способом северо-западного угла (табл. 1.3.3). Распределение этим способом начинается с левой верхней клетки (северо-западной) независимо от величины удельных издержек по маршрутам. Следуя данному правилу, в клетку (1,1) заносим 400 т сена. Этот объем необходим для обеспечения фермы №1. В первом стоге осталось еще 50 т сена. Этот объем записываем в клетку (2,1). В результате такого распределения, запасы сена в стоге №1 исчерпаны. Поэтому на вторую ферму сено завозим из стога №2 - 300 т. Для обеспечения сеном фермы №2 еще не хватает 230 т ( $580-50-300=230$ ), поэтому с третьего стога завозим 230 т (клетка 2,3). Оставшееся сено в стоге №3, в количестве 320 т ( $550-230=320$ ) завозим на ферму №3 т.е. данную величину записываем в клетку (3,3) и т.д. Подобным образом распределяем запасы сена,



### 1.3.3. Транспортная таблица 2

Номер фермы	Номер стога										$\sum_1^5$
	1		2		3		4		5		
1	400	5		7		4		3		2	400
2	50	9	300	8	230	5		4		7	580
3		4		5	320	9	310	7		3	630
4		6		3		7	350	5	350	9	700
5		0		0		0		0	350	0	350
$\sum_1^5$	450		300		550		660		700		2660

имеющегося в стогах №4 и №5 и удовлетворяем потребности в этом корме фермы №3 и №4. Оставшиеся в стоге №5 – 350 т сена завозим на фиктивную ферму (клетка, 5,5).

После распределения всех запасов и удовлетворения потребностей получен первый допустимый план при следующих значениях неизвестных:  $X_{11}=400$ ,  $X_{21}=50$ ,  $X_{22}=300$ ,  $X_{23}=230$ ,  $X_{33}=320$ ,  $X_{34}=310$ ,  $X_{44}=350$ ,  $X_{45}=350$ ,  $X_{55}=350$ . Значения остальных неизвестных равны нулю.

Целевая функция (общее количество тонно-километров при перевозке сена) в данном случае будет равна:

$$Z=400 \times 5 + 50 \times 9 + 300 \times 8 + 230 \times 5 + 320 \times 9 + 310 \times 7 + 350 \times 5 + 350 \times 9 + 350 \times 0 = 15950 \text{ т/км.}$$

Из таблицы 1.3.4. видно, что план не вырожденный: количество заполненных клеток равно 9,  $(5+5-1)$ , т.е. соблюдается условие  $(m+n-1)$ , где  $m$  - количество стогов,  $n$  - количество ферм.

### 1.3.4. Транспортная таблица 3

Номер фермы	Номер стога					$\Sigma$	$U_i$
	1	2	3	4	5		
1	400 5	7	4	3	2	400	0
2	- 9 50	300 8	+ 5 230	4	7	580	4
3	+ 4	5	- 9 320	310 7	3	630	8
4	6	3	7	350 5	350 9	700	6
5	0	0	0	0	350 0	350	-3
$\Sigma$	450	300	550	660	700	2660	
$V_j$	5	4	1	-1	3	Z=15950 Т/КМ	

По условию задачи требуется найти оптимальный вариант перевозок. Для этого используется один из выше перечисленных методов, например метод *потенциалов*. Под потенциалами понимается произвольная система чисел, рассчитанных по определённому правилу: для всех заполненных клеток сумма потенциалов соответствующей строки и столбца должна быть равной оценке клетки (расстояние или другая оценка):

$$U_i + V_j = C_{ij}, \text{ откуда}$$

$$V_j = C_{ij} - U_i; \quad U_i = C_{ij} - V_j \quad (1.3.5.)$$

где  $C_{ij}$  – оценка клетки;  $U_i$  – потенциал  $i$  строки ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $V_j$  – потенциал  $j$  – столбца ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Для удобства расчётов потенциалу первой строки рекомендуется придать нулевое значение (табл. 1.3.4). Оценка заполненной клетки (1, 1) равна 5, значит на основании формулы (1.3.5) можно определить потенциал первого столбца:  $V_j = C_{ij} - U_i$  или  $5 - 0 = 5$ . Эта величина заносится в соответствующую клетку транспортной таблицы 3.

Потенциал первого столбца  $V_1 = 5$  используем для вычисления потенциала второй строки (в первом столбце имеется заполненная клетка (2, 1) с оценкой  $C_{21} = 9$ ). На основании формулы (1.3.5.) имеем:  $U_2 = 9 - 5 = 4$  и т.д.

После того как потенциалы рассчитаны, план проверяется на оптимальность. Правило оптимальности решения транспортной задачи (на минимум) следующее:

если для всех незаполненных (пустых) клеток транспортной таблицы выполняется условие

$$C_{ij} \geq U_i + V_j, \text{ то план считается оптимальным. } (1.3.6)$$

Для нашей задачи проверку начинаем с первой пустой клетки (1, 2) в транспортной таблице 3;  $C_{12} = 7$ ,  $U_1 + V_2 = 0 + 4 = 4$ , т.е. для данной клетки (1, 2) условие оптимальности выполняется. Подобным образом проверяются все пустые клетки первой строки. Для клетки (1, 5) первой строки условие оптимальности не выполняется:  $C_{15} = 2$ ,  $U_1 + V_5 = 0 + 3 = 3$ , т.е. оценка клетки меньше чем сумма потенциалов. Далее проверяются все пустые клетки этой транспортной таблицы.

В клетках, где условие оптимальности не выполняется ставим знак  $(\oplus)$ <sup>4</sup>. Этим знаком отмечаем все «плохие» клетки (транспортная табл. 3).

План не оптимальный. В транспортной таблице 3 имеется 6 плохих клеток ( 1.5, 3.1, 3.2, 3.5, 4.1, 4.2).

Для улучшения плана необходимо построить маршрут (замкнутый контур) и перераспределить груз по маршруту. Построение маршрута начинается с самой плохой клетки. В данной задаче это клетка (3.1). Построение маршрута начинается с этой клетки.

Правила построения маршрута:

- 1) переход от одной клетки к другой осуществляется только по горизонтали и вертикали;

---

<sup>4</sup> можно обозначит значком  $(\times)$  или  $(\cdot)$  и т.п.

- 2) повороты под углом  $90^\circ$  делаются только в заполненных клетках;
- 3) при построении маршрута разрешается пропускать заполненные и незаполненные клетки;
- 4) в каждом столбце и в каждой строке в цикле могут участвовать только две клетки;
- 5) знаки (+) и (-) чередуются по контуру маршрута;
- 6) маршрут по возможности должен быть более кратким.

После построения маршрута (замкнутого контура) необходимо перераспределить груз.

В клетках с отрицательными вершинами (углы поворота) выбирается наименьший объём перевозок, который вычитается из всех объёмов перевозок по клеткам, имеющим отрицательные вершины контура и прибавляется к объёму перевозок в тех клетках, где вершины контура положительные.

В нашей задаче (транспортная таблица 3) отрицательные вершины расположены в клетках (2.1) и (3.3), т.е. меньший объём перевозок находится в клетке (2.1). Этот объём равен 50 т. Согласно изложенному выше правилу перераспределяем груз (табл. 1.3.5). После перераспределения груза по маршруту общее количество тонно-километров сокращается на 450 (15950-15500).

Составленный план не оптимальный, так как в транспортной таблице 4 имеются «плохие» клетки. Вычислительная процедура снова повторяется. Получается новое решение (табл. 1.3.6), которое снова проверяется на оптимальность. Вычислительная процедура повторяется до получения оптимального решения (транспортные таблицы 5...10). Перераспределение груза по маршруту приводит к сокращению объёма перевозок на 1890 т/км.

Проверка плана на оптимальность показывает, что на

### 1.3.5. Транспортная таблица 4

Номер фермы	Номер стога										Σ	U <sub>i</sub>
	1		2		3		4		5			
1	400	5	⊕	7	⊕	4	⊕	3	⊕	2	400	0
2		9	-	8	+	5		4		7	580	-5
3	50	4	⊕	5	-	9	310	7		3	630	-1
4		6	⊕	3		7	350	5	350	9	700	-3
5		0		0		0		0	350	0	350	-12
Σ	450		300		550		660		700		2660	
V <sub>i</sub>	5		13		10		8		12			

### 1.3.6. Транспортная таблица 5

Номер фермы	Номер стога										Σ	U <sub>i</sub>
	1		2		3		4		5			
1	400	5		7		4	⊕	3	⊕	2	400	0
	-											
2		9	30	8	550	5	⊕	4	⊕	7	580	2
3	+	4	270	5		9	310	7	⊕	3	630	-1
	50											
4		6		3		7	350	5	350	9	700	-3
5		0		0		0		0	350	0	350	-12
Σ	450		300		550		660		700		2660	
V <sub>j</sub>	5		6		3		8		12		Z=13610 Т/КМ	

данном этапе он не оптимальный (в транспортной таблице 5 имеются клетки (1,4; 1,5; 2,4; 2,5; 3,5), для которых условие оптимальности не выполняется. Следовательно, план надо улучшать.

### 1.3.7. Транспортная таблица 6

Номер фермы	Номер стога										Σ	U <sub>i</sub>
	1		2		3		4		5			
1	90	5		7		4		3	310	2	400	0
	-								+			
2		9	30	8	550	5		4		7	580	2
3	360	4	270	5		9		7		3	630	-1
	+											
4	⊕	6	⊕	3	⊕	7	660	5	40	9	700	7
			+									
5		0		0		0		0	350	0	350	-2
Σ	450		300		550		660		700		2660	
V <sub>j</sub>	5		6		3		-2		2		Z=10510 Т/КМ	

Продолжая вычисления по алгоритму транспортной задачи на 10-й итерации приходим к оптимальному плану (табл. 1.3.8).

### 1.3.8. Транспортная таблица 6

Номер фермы	Номер стога										Σ	U <sub>i</sub>
	1		2		3		4		5			
1		5		7		4	230	3	170	2	400	0
2		9		8	550	5	30	4		7	580	1
3	450	4		5		9		7	180	3	630	1
4		6	300	3		7	400	5		9	700	2
5		0		0		0		0	350	0	350	-2
Σ	450		300		550		660		700		2660	
V <sub>j</sub>	3		1		4		3		2		Z=9140 Т/КМ	

Общий объём тонно-километров по оптимальному варианту плана составит:

$$230 \times 3 + 170 \times 2 + 550 \times 5 + 30 \times 4 + 450 \times 4 + 180 \times 3 + 300 \times 3 + 400 \times 5 + 350 \times 0 = 9140 \text{ т/км.}$$

В том, что этот план оптимальный, убеждаемся, проверяя пустые клетки по формуле (1.3.6). Для всех пустых клеток условия оптимальности выполняется: для клетки (1,1)  $5 > 3 + 0$ ; для клетки (1,2)  $7 > 1 + 0$ ; для клетки (1,3)  $4 = 4 + 0$  и т.д.

Для клетки (1,3) сумма потенциалов равна тарифу. Это свидетельствует о существовании альтернативного плана, по которому количество тонно-километров не изменится.

Проведём перераспределение груза для клетки (1,3) по общему правилу решения транспортных задач. Результат приведён в таблице 1.3.9.

### 1.3.9. Альтернативный план транспортной таблицы 10

Номер фермы	Номер стога					$\Sigma$	$U_i$
	1	2	3	4	5		
1	5	7	4	230 3	170 2	400	0
2	9	8	320 5	260 4	7	580	1
3	450 4	5	9	7	180 3	630	1
4	6	300 3	7	400 5	9	700	2
5	0	0	0	0	350 0	350	-2
$\Sigma$	450	300	550	660	700	2660	
$V_j$	3	1	4	3	2	$Z=9140$ т/км	

Общий объём тонно-километров по альтернативному варианту составит:

$$230 \times 4 + 170 \times 2 + 320 \times 5 + 260 \times 4 + 450 \times 4 + 180 \times 3 + 300 \times 3 + 400 \times 5 + 350 \times 0 = 9140 \text{ т/км.}$$

Оптимальный план транспортной задачи можно получить за меньшее число итераций, если для нахождения первого допустимого решения (опорного плана) применить способ минимального тарифа.

Для нашей задачи построим начальный вариант плана этим способом. Первый опорный план получен при следующих ограничениях:  $x_{13} = 400$ ,  $x_{23} = 150$ ,  $x_{24} = 430$ ,  $x_{31} = 450$ ,  $x_{35} = 180$ ,  $x_{42} = 300$ ,  $x_{44} = 230$ ,  $x_{45} = 170$ ,  $x_{55} = 350$ .

Значение целевой функции следующее:

$$Z = 400 \times 4 + 150 \times 5 + 430 \times 4 + 450 \times 4 + 180 \times 3 + 300 \times 3 + 230 \times 5 + 170 \times 9 + 350 \times 0 = 9990 \text{ т/км.}$$

План не вырожденный. Количество заполненных клеток равно  $m + n - 1$ , т.е.  $5 + 5 - 1 = 9$ .

### 1.3.10. Транспортная таблица 1

Номер фермы	Номер стога										Σ	U <sub>i</sub>
	1		2		3		4		5			
1	×	5		7	400	4	230	3	×	2	400	0
					-				+			
2		9		8	150	5	430	4	×	7	580	1
					+		-					
3	450	4		5		9		7	180	3	630	-4
4	×	6	300	3		7	230	5	170	9	700	2
							+		-			
5		0		0		0		0	350	0	350	-7
Σ	450		300		550		660		700		2660	
V <sub>j</sub>	8		1		4		3		7		Z=9990 т/км	

Определяем оптимальный вариант плана. Для этого используем модифицированный распределительный метод (МОДИ). Как и при решении задачи методом потенциалов находим потенциалы строк и столбцов по формуле (1.3.5). После вычисления потенциалов план исследуется на оптимальность. При использовании модифицированного рас-



пределительного метода по свободным (пустым) клеткам рассчитывается величина:

(1.3.7)  $K_{ij} = C_{ij} - (V_j + U_i)$ , указывающая экономию или перерасход по сравнению с предыдущим планом при перемещении единицы груза в данную клетку. План будет оптимальным в том случае, если все величины  $K_{ij}$  будут положительны или равны нулю. Наличие отрицательных значений  $K_{ij}$  указывает на необходимость улучшения плана. Вычислим  $K_{ij}$  для нашей задачи:

$$K_{11} = C_{11} - (V_1 + U_1) = 5 - (8 + 0) = -3$$

$$K_{12} = C_{12} - (V_2 + U_1) = 7 - (1 + 0) = 6$$

$$K_{14} = C_{14} - (V_4 + U_1) = 3 - (3 + 0) = 0$$

$$K_{15} = C_{15} - (V_5 + U_1) = 2 - (7 + 0) = -5$$

$$K_{21} = C_{21} - (V_1 + U_2) = 9 - (8 + 1) = 0$$

$$K_{22} = C_{22} - (V_2 + U_2) = 8 - (1 + 1) = 6$$

$$K_{25} = C_{25} - (V_5 + U_2) = 7 - (7 + 1) = -1$$

$$K_{32} = C_{32} - (V_2 + U_3) = 5 - (-4 + 1) = 8$$

$$K_{33} = C_{33} - (V_3 + U_3) = 9 - (-4 + 4) = 9$$

$$K_{34} = C_{34} - (V_4 + U_3) = 7 - (-4 + 3) = 8$$

$$K_{41} = C_{41} - (V_1 + U_4) = 6 - (8 + 2) = -4$$

$$K_{47} = C_{43} - (V_3 + U_4) = 7 - (4 + 2) = 1$$

$$K_{51} = C_{51} - (V_1 + U_5) = 0 - (-7 + 8) = 1$$

$$K_{52} = C_{52} - (V_2 + U_5) = 0 - (-7 + 1) = 6$$

$$K_{53} = C_{53} - (V_3 + U_5) = 0 - (-7 + 4) = 3$$

$$K_{54} = C_{54} - (V_4 + U_5) = 0 - (-7 + 3) = 4$$

План не оптимальный. Среди  $K_{ij}$  имеются отрицательные величины. Для улучшения плана среди отрицательных величин берётся клетка с наибольшим по абсолютной величине  $K_{ij}$  значением. Из этой клетки строится замкнутый контур. В нашей задаче это клетка (1, 5), где  $K_{15} = -5$ .

Перераспределяем груз по маршруту (транспортная таблица 2).

### 1.3.11. Транспортная таблица 2

Номер фермы	Номер стога					$\Sigma$	$U_i$
	1		3	4	5		
1	5	7	4	3	2	400	0
			230				
2	9	8	5	4	7	580	1
			320	260			
3	450	4	5	9	7	180	3
						630	1
4	6	3	7	5	9	700	2
		300		400			
5	0	0	0	0	0	350	0
						350	-2
$\Sigma$	450	300	550	660	700	2660	
$V_j$	3	1	4	3	2	$Z=9140$	

Проверяем план на оптимальность. Для всех пустых клеток вычисляем  $K_{ij}$ :

$$K_{11} = C_{11} - (V_1 + U_1) = 5 - (3 + 0) = 2$$

$$K_{12} = C_{12} - (V_2 + U_1) = 7 - (1 + 0) = 6$$

$$K_{14} = C_{14} - (V_4 + U_1) = 3 - (3 + 0) = 0$$

$$K_{21} = C_{21} - (V_1 + U_2) = 9 - (3 + 1) = 5$$

$$K_{22} = C_{22} - (V_2 + U_2) = 8 - (1 + 1) = 6$$

$$K_{25} = C_{25} - (V_5 + U_2) = 7 - (2 + 1) = 4$$

$$K_{32} = C_{32} - (V_2 + U_3) = 5 - (1 + 1) = 3$$

$$K_{33} = C_{33} - (V_3 + U_3) = 9 - (4 + 1) = 4$$

$$K_{34} = C_{34} - (V_4 + U_3) = 7 - (3 + 1) = 3$$

$$K_{41} = C_{41} - (V_1 + U_4) = 6 - (3 + 2) = 1$$

$$K_{43} = C_{43} - (V_3 + U_4) = 7 - (4 + 2) = 1$$

$$K_{45} = C_{45} - (V_5 + U_4) = 9 - (2 + 2) = 5$$

$$K_{51} = C_{51} - (V_1 + U_5) = 0 - (-2 + 3) = 1$$

$$K_{52} = C_{52} - (V_2 + U_5) = 0 - (-2 + 1) = 1$$

$$K_{53} = C_{53} - (V_3 + U_5) = 0 - (-2 + 4) = 2$$

$$K_{54} = C_{54} - (V_4 + U_5) = 0 - (-2 + 2) = 0$$

Отсутствие отрицательных величин  $K_{ij}$  свидетельствует о том, что получено оптимальное решение задачи.

Получен план перевозок, где общий объём тонно-километров равен:

$$Z_{min} = 230 \times 4 + 170 \times 2 + 320 \times 5 + 260 \times 4 + 450 \times 4 + 180 \times 3 + 300 \times 3 + 400 \times 5 + 350 \times 0 = 9140 \text{ т/км.}$$

В оптимальном варианте плана (табл. 1.3.11) для клетки (1,4)  $K_{14} = 0$ . Это означает, что имеется альтернативное решение данной задачи. Студентам самостоятельно рекомендуется найти альтернативный оптимальный вариант плана перевозок сена.

При решении транспортной задачи на максимум ( $max$ ) целевой функции проверка плана на оптимальность осуществляется по следующему правилу: для всех незаполненных (пустых) клеток должно выполняться условие:  $C_{ij} \leq U_i + V_j$ .

#### *Контрольные вопросы:*

1. Постановка транспортной задачи линейного программирования.
2. Признак оптимальности при решении транспортной задачи методом потенциалов.
3. Признак оптимальности при решении транспортной задачи модифицированным распределительным методом.
4. Способы определения первого опорного решения транспортной задачи.
5. Правила построения замкнутого контура и перемещение груза по его вершинам.
6. В чём заключается смысл альтернативных решений транспортной задачи?
7. Как вычислить потенциал строки, столбца?
8. Алгоритм модифицированного распределительного метода решения транспортной задачи.
9. Сущность диагонального способа получения первого опорного плана транспортной задачи.

10. Способ минимального тарифа.
11. Чем отличается решение транспортной задачи на максимум целевой функции от решения задачи на минимум?
12. Объясните сущность условия неотрицательности переменных.
13. Понятие вырожденности плана.
14. Открытая и закрытая модель транспортной задачи.

### *Задания*

1. Решить транспортные задачи А – Д методом потенциалов и модифицированным распределительным методом.
2. Найти альтернативное решение транспортной задачи.
3. Найти значения целевой функции начального (опорного плана).
4. Найти значение целевой функции на каждой итерации.
5. Найти значение целевой функции оптимального плана.

Обозначения:  $a_i$  – поставщики  $b_j$  – потребители.

### *Вариант А*

#### **1.3.12. Транспортная таблица (А)**

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$\Sigma$
b1	3	4	5	8	6	350
b2	5	7	4	3	2	400
b3	9	8	5	4	7	580
b4	4	5	9	7	3	630
b5	6	3	7	5	9	700
$\Sigma$	450	300	550	660	700	

### Задание к варианту А

1	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
2	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
3	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
4	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
5	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	-
6	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	-
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
7	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
8	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	-
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
9	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	-
10	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	-
11	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
12	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
13	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
14	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
15	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
16	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
17	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
18	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
19	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
20	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$

*Вариант В*

**1.3.13. Транспортная таблица (В)**

	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	Σ
b <sub>1</sub>	3	4	5	8	6	685
b <sub>2</sub>	5	7	4	3	2	720
b <sub>3</sub>	9	8	5	4	7	860
b <sub>4</sub>	4	5	9	7	3	885
b <sub>5</sub>	6	3	7	5	9	917
b <sub>6</sub>	7	2	6	6	5	
Σ	670	730	850	875	942	

**Задание к варианту В**

1	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
2	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
3	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
4	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
5	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>	-
6	Поставщики	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	-
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
7	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
8	Поставщики	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	-
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
9	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>	-
10	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>	-

*Вариант С*

**1.3.14. Транспортная таблица (С)**

	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	Σ
b <sub>1</sub>	3	4	5	8	6	250
b <sub>2</sub>	5	7	4	3	2	415
b <sub>3</sub>	9	8	5	4	7	590
b <sub>4</sub>	4	5	9	7	3	675
b <sub>5</sub>	6	3	7	5	9	840
Σ	280	395	585	690	820	

***Задание к варианту С***

1	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
2	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
3	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
4	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
5	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
6	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
7	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
8	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
9	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>
10	Поставщики	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
	Потребители	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
11	Поставщики	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>

	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
12	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
13	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
14	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
15	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	
16	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
17	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
18	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
19	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	
20	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_3$	$b_4$	$b_5$	

*Вариант Д*

**1.3.15. Транспортная таблица (Д)**

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$\Sigma$
$b_1$	6	8	5	4	3	2	445
$b_2$	2	3	4	7	5	6	395
$b_3$	7	4	5	8	9	3	585
$b_4$	3	7	9	5	4	8	675
$b_5$	9	5	7	3	6	4	725
$b_6$	4	6	3	7	5	9	535
$\Sigma$	455	385	565	685	725	475	



## Задание к варианту Д

1	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
2	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
3	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
4	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
5	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
6	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
7	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
8	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
9	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
10	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
11	Поставщики	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
12	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_4$	$b_5$
13	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_5$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_5$
14	Поставщики	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
15	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
16	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
17	Поставщики	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_6$
	Потребители	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_6$
18	Поставщики	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
	Потребители	$b_1$	$b_2$	$b_4$	$b_5$

## 2. Оптимизация селекционных программ

### 2.1. Крупномасштабная селекция

В зарубежных странах с развитым молочным скотоводством (США, Швеция, Дания, Норвегия и др.) в результате внедрения в производство крупномасштабных программ селекции в последние 20 – 25 лет способствовало росту удоя до 100 кг молока и более от одной коровы в год (в т.ч. за счёт племенной работы 40-60 кг молока). Поэтому перспективным методом совершенствования племенной работы в молочном скотоводстве является *крупномасштабная селекция* т.е. единая система племенной работы со всей породной популяцией животных на основе использования методов популяционной генетики, ЭВМ, интенсивного использования быков-улучшателей, длительного хранения их спермы и других достижений науки и передовой практики.

Крупномасштабная селекция включает следующие мероприятия:

- оценку и отбор (в породе) матерей и отцов будущих быков для племпредприятий;
- оценку и отбор быков по энергии роста, воспроизводительной способности и качеству потомства;
- накопление банка спермы проверяемых производителей;
- интенсивное использование быков-улучшателей;

В популяциях молочного скота существуют четыре пути передачи наследственной информации, т.е. четыре категории племенных животных: отцы и матери быков, отцы и матери коров. Каждой из этих категорий свойственны различные возможности оценки генотипа, интенсивности отбора и их использования.

Генотип коров оценивается по собственной продуктивности (в лучшем случае по нескольким дочерям), а ге-

нотип быков – по десяткам и сотням дочерей. От выдающихся быков получают десятки и сотни тысяч потомков, а от коровы несколько голов. Поэтому каждая категория племенных животных вносит различный вклад в генетическое улучшение популяции: отцы быков – около 40%, матери быков – 35 – 40%, отцы коров 12 – 20%, матери коров – 5 – 6%.

В последние годы разработаны методы моделирования селекционного процесса и оптимизации селекционных программ с использованием достижений популяционной генетики и вычислительной техники. Такие программы состоят из двух частей: селекционно-генетической и экономической. Разрабатываемые программы селекции должны способствовать максимальному генетическому улучшению всей породной популяции при минимальных затратах на мероприятия по племенной работе.

## ***2.2. Расчёт программы крупномасштабной селекции***

Для расчёта селекционной программы необходима исходная информация, включающая более 40 биологических и селекционных факторов, среди которых такие факторы, как доля коров активной части популяции, количество линий и отцов нового поколения быков, количество эффективных дочерей, численность используемых быков и банк спермы на одного быка являются переменными, т.е. принимают определённые различные значения. Поэтому общее число вариантов программы селекции равно произведению всех вариантов переменных факторов.

Для составления генетико-экономической модели программы крупномасштабной селекции необходима следующая входная информация (табл. 2.2.1).

Количество потенциальных и отобранных коров для каждой популяции будет разным (зависит от качества коров в племенных заводах). Например для коров, которые

№ п/п	Показатель	Обо- значе- ние	Величина	Источник ин- формации
1	2	3	4	5
1	Средний удой за первую лактацию, кг	$P$	2015	отчёт о результатах бонитировки
2	Фенотипическое стандартное отклонение по удою, кг	$\sigma_{\phi}$	875	расчёт
3	Коэффициент наследуемости удоя за 1 лактацию	$h^2$	0,2-0,3 (0,3)	определяется по данным активной части популяции
4	Коэффициент наследуемости удоя по 3 лактациям	$h_m^2$	0,4	-//-
5	Средняя живая масса бычков в возрасте 12 мес. кг	$W_I$	400	ф. 7 мол
6	Фенотипическое стандартное отклонение по живой массе, кг	$\sigma_{\text{ж}}$	36	определяется по данным активной части популяции
7	Коэффициент наследуемости живой массы	$h_1^2$	0,3	-//-
8	Коэффициент повторяемости удоя	$t$	0,4	-//-
9	Размер всей популяции коров, тыс. голов	$N$	70	ф. 7 мол
10	Доля активной части популяции коров	$Pa$	переменный фактор 0,1...0,5	задаётся в программе, шаг 0,1
11	Количество потенциальных матерей быков, голов	$N_{\text{пм}}$	5	рассчитывается по формуле
12	Количество отобранных матерей быков, голов	$N_{\text{от}}$	2,5	-//-

13	Количество лактаций, по которым оценивается мать будущего быка, лакт.	$m$	3	определяется селекционером
14	Количество спермодоз, необходимое для плодотворного осеменения 1 коровы, доз	$Q$	3,7	отчёт плем-предприятия
15	Количество стельных коров, необходимое для получения одной дочери с законченной лактацией	$K\partial$	5	рассчитывается по формуле
16	Инбредная депрессия по удою на 1% коэффициента инбридинга, %	$f_0$	1	данные литературы
17	Инбредная депрессия по живой массе на 1% коэффициента инбридинга, %	$f_{жс}$	0,3	данные литературы
18	Доля первотёлок в популяции	$P_1$	0,25	рассчитывается по форме 7 мол
19	Количество отцов нового поколения быков (количество линий $\times$ количество отцов в линии)	$n_{об}$	1...n линий шаг 1 линия 1...n отцов шаг 1 бык	переменный фактор
20	Количество эффективных дочерей, используемых для оценки быка, голов	$n_{э}$	25...150 дочерей, шаг 25 дочерей	переменный фактор
21	Средний возраст коров I отёла, мес.	$B_{II}$	28	форма 7 мол
22	Средний возраст коров третьего отёла, мес.	$B_T$	53	рассчитывается по формуле

23	Средний межотельный период, мес.	$МОП$	12,5	форма 7 мол
24	Банк спермодоз на 1 быка, тыс. доз.	$БС$	10000...60000 шаг 10000	переменный фактор
25	Период накопления банка спермодоз, лет	$Дн$	1 – 6 лет	определяется селекционером предприятия
26	Доля выбраковки бычков по энергии роста	$Pэ$	0,05	-//-
27	Доля выбраковки бычков по воспроизводительным способностям	$Pс$	0,3	-//-
28	Доля отбора матерей коров по молочной продуктивности	$P_{МК}$	0,83	рассчитывается по формуле
29	Генерационный интервал отцов ремонтных быков, лет	$L_{ОБ}$	7,5	определяется селекционером
30	Генерационный интервал быков, отобранных по качеству потомства, лет	$L_{ПБ}$	7,5	определяется селекционером
31	Генерационный интервал проверяемых быков	$L_{НБ}$	2,5	-//-
32	Генерационный интервал отцов коров, лет	$L_{ОК}$	6,7	рассчитывается по формуле
33	Генерационный интервал матерей ремонтных бычков, лет	$L_{МБ}$	7,5	-//-
34	Генерационный интервал матерей ремонтных тёлочек, лет	$L_{МК}$	5,5	-//-

35	Доля отбора бычков по живой массе в возрасте 12 мес.	$P_{Ж}$	0,95	-//-
36	Доля быков-улучшателей	$P_{У}$	0,25	литературные данные
37	Период использования спермы проверяемых быков, мес.	$П$	12	устанавливается селекционером
38	Живая масса бычков в возрасте 15 мес., ц	$W_2$	4,7	отчёт плем-предприятия
39	Живая масса взрослых бычков, ц	$W_3$	10,0	-//-

удовлетворяют требованиям по жирности молока (из всех отобранных по удою)  $P_{Ж} = 0,8$ , по качеству вымени  $P_{В} = 0,8$ , по экстерьеру  $P_{Э} = 0,9$ , по плодовитости  $P_{П} = 0,85$ , при выходе 85 телят на 100 коров ( $П_T$ ), вероятности рождения бычка ( $P_{Б} = 0,5$ ) и вероятности того, что он доживёт до начала отбора  $P_{О} = 0,95$ , количество потенциальных матерей, которых необходимо иметь в популяции для получения одного ремонтного бычка равно:

$$N_{MB} = \frac{1}{P_{Ж} \times P_{В} \times P_{Э} \times P_{П} \times П_T \times P_{Б} \times P_{О}} =$$

$$= \frac{1}{0,8 \times 0,8 \times 0,9 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,5 \times 0,95} = 5,06 \approx 5$$

Количество отобранных матерей из числа потенциальных будет равно:

$$N_{OT} = \frac{1}{P_{О} \times П_T \times P_{Б}} = \frac{1}{0,95 \times 0,85 \times 0,5} = 2,5$$

### ***Генетико-математическая модель программы селекции***

При составлении генетико-математической модели были использованы методические разработки ряда учёных

(Н.З. Басовский, В.М. Кузнецов, 1977; Н.З. Басовский, 1983; Л.К. Эрнст, А.А. Цалитис, 1984; В.И. Власов, 1984). При этом учитывались следующие категории племенных животных: отцы быков, оценённые быки, проверяемые быки, матери быков, матери коров. Для каждой из этих категорий определяется: доля отбора ( $P$ ), интенсивность селекции ( $i$ ), стандартное отклонение признака ( $\sigma$ ), генерационный интервал ( $L$ ), генетическое превосходство ( $I$ ), точность оценки их племенной ценности.

Как пример, при разработке программы селекции крупного рогатого скота приняты следующие значения переменных факторов: доля коров активной части популяции ( $P_a$ ) – 0.35, число линий – шесть, число отцов в каждой линии – 1 (всего 6 отцов нового поколения быков), число эффективных дочерей, по которым оценивается бык ( $N_{\text{э}}$ ) – 75, банк спермы ( $B_c$ ) – 30 тыс. доз на одного быка. Размер всей популяции 70000 коров.

2.1. Определяем количество быков, которых необходимо поставить на проверку по качеству потомства ( $N_{\text{НБ}}$ ). Данный показатель зависит от числа коров, необходимых для получения одной дочери с законченной лактацией ( $K_d$ ), численности эффективных дочерей, принятых для оценки быка ( $N_{\text{э}}$ ), банка спермодоз, накапливаемых от одного быка ( $B_c$ ) и расхода спермодоз на одно плодотворное осеменение ( $Q$ ), а также от доли быков улучшателей в популяции ( $P_y$ ), которая обычно равна 0,25.

$$N_{\text{НБ}} = \frac{N}{n_{\text{э}} \times K_d + \frac{B_c \times P_y}{Q}} = \frac{70000}{75 \times 5 + \frac{30000 \times 0,25}{4}} = 31,1,$$

$$\text{где } K_d = \frac{1}{P_T \times P_O \times P_T \times P_L} = \frac{1}{0,85 \times 0,95 \times 0,5 \times 0,5} = \frac{1}{0,2} = 5,$$

$Q = 4$  – количество спермодоз на одно плодотворное осеменение;  $P_T$  – вероятность рождения тёлочки (0,5);  $P_L$  –



вероятность окончания первой лактации рождённой тёлочкой (0,5).

2.2. Если отбор бычков по энергии роста составляет ( $P_{\text{Э}} = 5\%$ ), а по воспроизводительным качествам ( $P_{\text{С}} = 30\%$ ) количество бычков, которых необходимо поставить на выращивание, вычисляется по формуле:

$$N_{\text{ЭР}} = \frac{N_{\text{НБ}}}{(1 - P_{\text{Э}}) \times (1 - P_{\text{С}})} = \frac{31,1}{(1 - 0,05) \times (1 - 0,3)} = 46,8 \approx 47 \text{ бычков.}$$

2.3. На основании этих расчётов можно найти количество потенциальных матерей быков:

$$N_{\text{ПМ}} = N_{\text{МБ}} \times N_{\text{ЭР}} = 5 \times 47 = 235 \text{ коров} - \text{рекордисток.}$$

2.4. Количество быков, оценённых по потомству, которыми будет осеменена основная часть популяции коров определяется по формуле:

$$N_{\text{ПБ}} = \frac{(N - N_{\text{НБ}} \cdot K_{\text{д}} \cdot n_{\text{Э}}) \cdot Q}{B_{\text{С}}} = \frac{(70000 - 31 \cdot 5 \cdot 75) \cdot 4}{30000} = 7,8 \approx 8 \text{ быков}$$

2.5. Вычисляем долю отбора матерей ремонтных быков:

$$P_{\text{МБ}} = \frac{N_{\text{МБ}}}{N_{\text{ОТ}}} = \frac{2,5}{5} = 0,50;$$

- долю отбора отцов ремонтных бычков:

$$P_{\text{ОБ}} = \frac{n_{\text{ОБ}}}{N_{\text{НБ}}} = \frac{6}{31} = 0,19;$$

- долю отбора проверяемых отцов коров:

$$P_{\text{ОК}} = \frac{N_{\text{НБ}}}{N_{\text{ЭР}}} = \frac{31}{47} = 0,66;$$

- долю отбора матерей коров:

$$P_{MK} = \frac{P_1}{P_T \cdot P_O \cdot P_T \cdot P_H} = \frac{0,25}{0,85 \cdot 0,95 \cdot 0,5 \cdot 0,75} = 0,826,$$

где  $P_H$  – вероятность превращения первотелок в нетелей (0,75).

2.6. На основании доли отбора ( $P$ ) определяется интенсивность селекции ( $i$ ) четырех категорий племенных животных: ( $P_{OB}$ ) – отцов быков,  $P_{OK}$  – отцов коров,  $P_{MB}$  – матерей быков и  $P_{MK}$  – матерей коров. При определении интенсивности селекции можно воспользоваться специальной таблицей 2.2.2. (Н.З. Басовский, 1983). Приближенное значение ( $i$ ) можно получить по следующей формуле:

$$i = \left[ 0,8 + 0,41 \ln \left( \frac{1}{1-P} - 1 \right) \right] \cdot \left( \frac{1-P}{P} \right), \quad (2.6.1)$$

где  $i$  – интенсивность селекции четырех категорий животных ( $i_{OB}$ ,  $i_{MB}$ ,  $i_{OK}$ ,  $i_{MK}$ );

$P$  – доля отбора этих животных;

$\ln$  – натуральный логарифм.

Если доля отбора животных ( $P < 0,5$ ), то используется следующая формула:

$$i = 0,8 + 0,41 \ln \left( \frac{1}{P} - 1 \right). \quad (2.6.2)$$

По таблице 2.3.1. устанавливаем интенсивность селекции данных категорий родителей:

$i_{MB} = 0,7978$ ;  $i_{OB} = 1,4258$ ;  $i_{OK} = 0,5558$ ;  $i_{MK} = 0,3061$ ;  $i_{ПБ} = 1,2748$ .

Расчеты по приведенным выше формулам дают близкие к табличным значениям результаты:

$i_{MB} = 0,8$ ;  $i_{OB} = 1,3839$ ;  $i_{OK} = 0,5522$ ;  $i_{MK} = 0,303$ ;  $i_{ПБ} = 1,2504$ .

2.7. Каждая из этих категорий родителей имеет различную оценку своих племенных качеств. Достоверность оценки генетического превосходства определяется по коэффициенту корреляции между индексом племенной ценности категорий племенных животных, отобранных в качестве родителей и их генотипом.

### 2.3.1. Интенсивность отбора животных

Доля отбора, Р	Интенсивность отбора, i	Доля отбора, Р	Интенсивность отбора, i	Доля отбора, Р	Интенсивность отбора, i	Доля отбора, Р	Интенсивность отбора, i
1,00	-	0,75	0,4249	0,50	0,7978	0,25	1,2748
0,99	0,0267	0,74	0,4393	0,49	0,8139	0,24	1,2921
0,98	0,0498	0,73	0,4537	0,48	0,8300	0,23	1,3191
0,97	0,0702	0,72	0,4683	0,47	0,8462	0,22	1,3482
0,96	0,0899	0,71	0,4830	0,46	0,8630	0,21	1,3686
0,95	0,1094	0,70	0,4270	0,45	0,8791	0,20	1,4015
0,94	0,1276	0,69	0,5103	0,44	0,8966	0,19	1,4258
0,93	0,1434	0,68	0,5253	0,43	0,9128	0,18	1,4516
0,92	0,1604	0,67	0,5404	0,42	0,9310	0,17	1,4947
0,91	0,1787	0,66	0,5558	0,41	0,9476	0,16	1,5275
0,90	0,1954	0,65	0,5688	0,40	0,9667	0,15	1,5486
0,89	0,2103	0,64	0,5842	0,39	0,9836	0,14	1,5907
0,88	0,2260	0,63	0,5996	0,38	1,005	0,13	1,6208
0,87	0,2422	0,62	0,6132	0,37	1,0210	0,12	1,6575
0,86	0,2560	0,61	0,6288	0,36	1,0386	0,11	1,7018
0,85	0,2732	0,60	0,6445	0,35	1,0563	0,10	1,059
0,84	0,2910	0,59	0,6585	0,34	1,0788	0,09	1,8060
0,83	0,3061	0,58	0,6741	0,33	1,0973	0,08	1,8350
0,82	0,3187	0,57	0,6885	0,32	1,1163	0,07	1,9050
0,81	0,3344	0,56	0,7045	0,31	1,1358	0,06	2,000
0,80	0,3504	0,55	0,7193	0,30	1,1617	0,05	2,008
0,79	0,3637	0,54	0,7352	0,29	1,1824	0,04	2,1575
0,78	0,3803	0,53	0,7504	0,28	1,2043	0,03	2,2700
0,77	0,3940	0,52	0,7662	0,27	1,2267	0,02	2,4400
0,76	0,4080	0,51	0,7819	0,26	1,2504	0,01	2,6400

Точность оценки быков, отобранных по качеству потомства, определяется по следующей формуле:

$$R_{iaIB} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot n_3 \cdot h^2}{1 + (n_3 - 1) 0,25 h^2}} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 75 \cdot 0,3}{1 + (75 - 1) 0,25 \cdot 0,3}} = 0,9267$$

Точность оценки проверяемых быков определяется по формуле:

$$R_{iaHB} = \sqrt{\frac{R_{iaHB}^2 + h^2 m}{4}} = \sqrt{\frac{0,9267^2 + 0,4}{4}} = 0,5610.$$

Этот показатель будет идентичным и для проверяемых отцов коров  $R_{iaOK} = R_{iaHB} = 0,5610$ .

Точность оценки матерей ремонтных бычков:

$$R_{iaMB} = \sqrt{h^2 m} = \sqrt{0,4} = 0,6325.$$

Точность оценки матерей коров:

$$R_{iaMK} = \sqrt{h^2} = \sqrt{0,3} = 0,5477.$$

2.8. Зная в популяции наследуемость удоя ( $h^2=0,3$ ) и фенотипическое стандартное отклонение ( $s_j = 875$ ), можно определить генетическое стандартное отклонение удоя:

$$s_Q = s_j \sqrt{h^2} = 875 \times \sqrt{0,3} = 479,3 \text{ кг}$$

Для быков отобранных по качеству потомства этот показатель равен:

$$s_Q^I = s_Q \sqrt{1 - K \times R_{iaHB}^2} = 479,3 \times \sqrt{1 - 0,5292 \times 0,3147} = 437,6,$$

где  $K$  – поправочный коэффициент для интенсивности селекции матерей бычков:

$$K = i_{MB} (i_{MB} - a_{MB}) = 0,7978 \times (0,7978 - 0,1345) = 0,5292,$$

где  $a_{MB}$  – величина отсекаемой абциссы

$$a_{MB} = \sqrt{(2 \ln Z_{MB} + 1,82)} = \sqrt{(2 \ln 0,3989 + 1,82)} = 0,1345$$

В случае получения под корнем отрицательного числа его следует умножить на (-1),

где  $Z_{MB}$  – величина отсекаемой ординаты на кривой нормального распределения

$$Z_{MB} = P_{MB} \times i_{MB} = 0,50 \times 0,7978 = 0,3989$$

2.9. По интенсивности селекции ( $i$ ), точности оценки племенной ценности различных категорий животных ( $Ria$ ) и генетическому стандартному отклонению ( $s_Q, s_Q^I$ ) определяется генетическое превосходство каждой из категорий

племенных животных, отобранных в качестве родителей нового поколения бычков и тёлочек:

Генетическое превосходство отцов ремонтных быков:

$$j_{OB} = i_{OB} \times R_{iaPB} \times S_Q^I = 1,4258 \times 0,9267 \times 437,6 = 578,2 \text{ кг};$$

$$j_{PB} = (1 - P_{\Pi}) \times i_{PB} \times R_{iaPB} \times S_Q^I = (1 - 0,166) \times 1,2748 \times 0,9267 \times 437,6 = 431,1,$$

где  $P_{\Pi}$  – доля всей популяции, осеменяемая проверяемыми быками:  $P_{\Pi} = \frac{N_{\Pi}}{N} = \frac{11625}{70000} = 0,166$ ;

$N_{\Pi} = N_{HB} \times N_1 = 31 \times 375 = 11625$  – численность коров осеменяемых проверяемыми быками:

а  $N_1 = N_{\varnothing} \times K_{\text{д}} = 75 \times 5 = 375$  – количество коров, осеменяемых одним проверяемым быком.

Генетическое превосходство проверяемых отцов коров:

$$J_{OK} = P_a^I \times i_{OK} \times R_{iaOK} \times S_Q = 0,474 \times 0,5558 \times 0,5610 \times 479,3 = 70,8,$$

$$\text{где } P_a^I = \frac{N_{\Pi}}{N \times P_a} = \frac{11625}{70000 \times 0,35} = 0,474 \text{ – доля активной}$$

части популяции, осеменяемая проверяемыми быками.

Генетическое превосходство матерей ремонтных быков:

$$J_{MB} = i_{MB} \times R_{iaMB} \times S_Q = 0,7978 \times 0,6325 \times 479,3 = 241,9$$

Генетическое превосходство матерей коров:

$$J_{MK} = i_{MK} \times R_{iaMK} \times S_Q = 0,3061 \times 0,5477 \times 479,3 = 80,4$$

Суммарное генетическое превосходство по четырем категориям родителей:

$$\sum j = j_{OB} + j_{OK} + j_{MB} + j_{MK} = 578,2 + 501,9 + 241,9 + 80,4 = 1402,4 \text{ кг},$$

где  $j_{OK} = j_{PB} + j'_{OK} = 431,1 + 70,8 = 501,9 \text{ кг}$ .

2.10. На основании установленного генетического превосходства определяется вклад четырех категорий племенных животных, отобранных в качестве родителей нового поколения животных ( $j, \%$ ):

Вклад отцов быков в общий генетический прогресс популяции:  $j_{ОБ\%} = \frac{j_{ОБ}}{\sum j} \cdot 100 = 41,22 \%$ .

Вклад отцов коров в общий генетический прогресс популяции:  $j_{ОК,\%} = \frac{j_{ОК}}{\sum j} \cdot 100 = \frac{501,9}{1402,4} \cdot 100 = 35,79 \%$ .

Вклад матерей быков в общий генетический прогресс популяции:  $j_{МБ,\%} = \frac{j_{МБ}}{\sum j} \cdot 100 = \frac{241,9}{1402,4} \cdot 100 = 17,25 \%$ .

Вклад матерей коров в общий генетический прогресс популяции:  $j_{МК,\%} = \frac{j_{МК}}{\sum j} \cdot 100 = \frac{80,4}{1402,4} \cdot 100 = 5,74 \%$ .

По результатам вычислений можно определить генетический прогресс на корову за каждый год внедрения принятой программы селекции. При этом необходимо учитывать поправку на генетический прогресс по всем лактациям  $r_p$ , так как все приведенные выше вычисления проведены по коровам-первотелкам, а также поправку на инбредную депрессию. При использовании в популяции ограниченного числа быков-производителей (улучшателей, лидеров породы) повышается генетический прогресс, но в то же время увеличивается коэффициент инбридинга ( $F_x$ ), что приводит к снижению продуктивности.

2.11. Важное значение имеет продолжительность генерационного интервала при смене поколений животных.

Смена поколений быков-производителей (отцов быков и отцов коров) происходит в среднем через 7,5 лет. Этот период складывается из следующих временных отрезков (в месяцах):

- возраст ремонтных быков к началу их племенного использования 12 месяцев;
- период оценки быков по спермопродукции – 3;
- контрольное осеменение коров – 6;
- продолжительность стельности коров, осемененных проверяемыми быками – 9;
- период от рождения до первого отела дочерей (возраст первого отела коров) – 28;
- продолжительность первой лактации дочерей – 10;
- сбор и обработка информации по оценке быков – 1;
- период использования спермы улучшателей – 12;
- продолжительность стельности коров-дочерей -9.

Итого 90 месяцев или 7,5 года ( $L_{ОБ}$ ).

Генерационный интервал проверяемых быков 2,5 года ( $L_{НБ}$ ). Генерационный интервал отцов коров ( $L_{ОК}$ ) вычисляется по формуле:

$$L_{ОК} = L_{НБ}(1 - P_{П}) + L_{НБ} \cdot P_{П} = 7,5 \cdot (1 - 0,166) + 2,5 \cdot (0,166) = 7,5 \approx 7,5$$

лет. Генерационный интервал матерей быков:

$$L_{МБ} = B_T + МОП \left( \frac{1}{P_1} - 1 \right) = 53 + 12,5 \left( \frac{1}{0,25} - 1 \right) = 90,5 \approx 7,5 \text{ лет.}$$

Генерационный интервал матерей коров:

$$L_{МК} = B_{П} + МОП \left( \frac{1}{P_1} - 1 \right) = 28 + 12,5 \left( \frac{1}{0,25} - 1 \right) = 65,5 \approx 5,5 \text{ лет.}$$

Сокращение генерационного интервала всех категорий племенных животных (т.е. ускорение смены поколений) является одним из резервов повышения эффективности селекционной программы.

Средний генерационный интервал четырех категорий родителей:

$$\bar{L} = \frac{L_{ОБ} + L_{ОК} + L_{МБ} + L_{МК}}{4} = \frac{7,5 + 6,7 + 7,5 + 5,5}{4} = 6,8.$$

2.12. Вычисляется коэффициент инбридинга в популяции:

$$F_X = \frac{1}{64} \left[ \frac{2}{n_{OB} \cdot L_{OB}} + 3 \left( \frac{1 - P'a}{N_{ПБ} \cdot L_{ПБ}} + \frac{P'a}{N_{НБ} \cdot L_{НБ}} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{64} \left[ \frac{2}{6 \cdot 7,5} + 3 \left( \frac{1 - 0,474}{8 \cdot 7,5} + \frac{0,474}{31 \cdot 2,5} \right) \right] = 0,001392.$$

2.13. Снижение молочной продуктивности из-за инбредной депрессии за год (кг) составит:

$$f_{иД} = \frac{f_o \cdot F_X \cdot P}{\bar{L}} = \frac{1 \cdot 0,001392 \cdot 2015}{6,8} = 0,412.$$

2.14. Генетический прогресс на корову в год:

$$\Delta G = \frac{\sum J}{\sum L} \cdot r_P - f_{иД} = \frac{1402,4}{27,2} \cdot 0,85 - 0,412 = 43,4$$

где  $r_P$  – поправочный коэффициент на соотношение первотелок и коров других возрастов и генетическую корреляцию между удоями первотелок и взрослых коров.

$$r_P = P_1 + (1 - P_1) \cdot 0,8 = 0,25 + (1 - 0,25) \cdot 0,8 = 0,85.$$

Темп генетического прогресса ( $\Delta G\%$ ) составит:

$$2.15. \Delta G\% = \frac{\Delta G}{P} \cdot 100 = \frac{43,4}{2015} \cdot 100 = 2,15\%.$$

2.16. Отбор бычков по живой массе проводят в возрасте 12 мес. Доля отбора бычков  $P_{Ж}=0,95$ , а интенсивность селекции  $i_{Ж}=0,1094$ .

Генетическое превосходство по живой массе в 12 месячном возрасте:  $J_{Ж} = i_{Ж} \cdot d_{Ж} \cdot h_1^2 = 0,1094 \cdot 36 \cdot 0,3 = 1,18$ .

Генетический прогресс по живой массе:

$$\Delta G_{Ж} = \frac{2J_{Ж}}{\sum L} - \frac{f_{Ж} \cdot F_X \cdot W_1}{\bar{L}} = \frac{2 \cdot 1,18}{27,2} - \frac{0,3 - 0,001392 \cdot 400}{6,8} = 0,045$$

Темп генетического прогресса по живой массе:



$$\Delta G_{ж,\%} = \frac{\Delta G_{ж}}{W_1} \cdot 100 = \frac{0,045}{400} \cdot 100 = 0,0113 \%$$

**Задание 2.1.** Составить генетико-математическую модель программы селекции для популяции голштинизированного чёрно-пёстрого скота. Размер популяции коров (тыс. голов) и входная информация в зависимости от варианта и номера задания приведены в табл. 2.3.3.-2.3.5.

**2.3.2. Численность коров в популяции  
(варианты 4-8, табл. 2.3.6) следующая:**

№ варианта	4	5	6	7	8
численность коров (тыс. голов)	150	180	200	250	500

*Контрольные вопросы*

1. Понятие крупномасштабной селекции.
2. Популяционная генетика и ее значение для селекции молочного скота.
3. Роль генетико-математических методов и ЭВМ в селекционной работе с породами животных.
4. Методы оценки генотипа племенных животных.
5. Методы моделирования селекционного процесса.
6. Оценка генетических изменений в стадах и популяциях.
7. Генетико - экономическая оптимизация селекционных программ.
8. Оценка и отбор племенных животных.
9. Пути передачи генетической информации в популяциях крупного рогатого скота.
10. Популяционно-генетические параметры хозяйственно - биологических признаков и их значение в селекции животных.

### 2.3.3. Вариант 1. Входная информация для выполнения задания

Показатель, Табл.		Номер задания									
№	Обознач.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$P$	1785	1815	1875	1925	1970	2000	2050	2100	2150	2200
2	$\sigma_\Phi$	800	800	800	800	800	800	800	800	800	800
3	$h^2$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
4	$h^2 m$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
5	$W_I$	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400
6	$\sigma_{Ж}$	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
7	$n^2_I$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
8	$t$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
9	$N$	Размер популяции 90000 коров									
10	$Pa$	0,35	0,35	0,35	0,35	0,36	0,36	0,36	0,4	0,4	0,4
11	$N_{ПМ}$	Рассчитывается по формуле									
12	$N_{ОТ}$	Рассчитывается по формуле									
13	$m$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
14	$Q$	3,9	3,9	3,9	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
15	$K_D$	Рассчитывается по формуле									
16	$f_O$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,01	1,01	1,0	1,0
17	$F_{Ж}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
18	$P_I$	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25	0,26	0,26	0,26	0,28
19	$n_{ОБ}$	6	6	6	12	12	12	18	18	18	6
20	$n_{Э}$	25	25	25	50	50	50	75	75	75	75
21	$B_{П}$	30,5	30,5	30,5	29	29	29	28,5	28,5	28,5	28
22	$B_T$	Рассчитывается по формуле									
23	$МОП$	13,0	13,0	13,0	12,5	12,5	12,5	13,0	13,0	13,0	12,5
24	$B_C$	30000			40000			50000			40000
25	$D_H$	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6
26	$P_{Э}$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
27	$P_C$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
28	$P_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
29	$L_{ОБ}$	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
30	$L_{ПБ}$	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
31	$L_{НБ}$	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
32	$L_{ОК}$	Рассчитывается по формуле									
33	$L_{МБ}$	Рассчитывается по формуле									
34	$L_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
35	$P_{ПЛ}$	Рассчитывается по формуле									
36	$P_y$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

### 2.3.4. Вариант 1. Входная информация для выполнения задания

Показатель, Табл.		Номер задания									
№	Обознач.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$P$	1785	1815	1925	1970	2000	2050	2100	2150	2200	2250
2	$\sigma_\Phi$	750	750	750	750	750	800	800	800	800	850
3	$h^2$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
4	$h^2 m$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
5	$W_I$	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400
6	$\sigma_{Ж}$	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
7	$n^2_I$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
8	$t$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
9	$N$	Размер популяции 65000 коров									
10	$Pa$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
11	$N_{ПМ}$	Рассчитывается по формуле									
12	$N_{ОТ}$	Рассчитывается по формуле									
13	$m$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
14	$Q$	3,9	3,9	3,9	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5
15	$K_D$	Рассчитывается по формуле									
16	$f_O$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	$F_{Ж}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
18	$P_I$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
19	$n_{ОБ}$	6	6	6	6	6	6	12	12	12	6
20	$n_{Э}$	30	30	30	40	40	40	50	50	75	75
21	$B_{П}$	30,5	30,5	30,5	30,5	29	29	30	30	29,5	28,0
22	$B_T$	Рассчитывается по формуле									
23	$МОП$	13,0	13,0	13,0	12,5	12,5	12,5	13,5	13,5	13,0	12,5
24	$B_C$	30000			40000			50000			40000
25	$D_H$	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6
26	$P_{Э}$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
27	$P_C$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
28	$P_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
29	$L_{ОБ}$	8,5	8,5	8,5	8,5	8,0	8,0	8,0	7,5	7,5	7,5
30	$L_{ПБ}$	8,5	8,5	8,5	8,5	8,0	8,0	8,0	7,5	7,5	7,5
31	$L_{НБ}$	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
32	$L_{ОК}$	Рассчитывается по формуле									
33	$L_{МБ}$	Рассчитывается по формуле									
34	$L_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
35	$P_{ПЛ}$	Рассчитывается по формуле									
36	$P_y$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

### 2.3.5. Вариант 3. Входная информация для выполнения задания

Показатель, Табл.		Номер задания									
№	Обознач.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$P$	1785	1815	1875	1925	1970	2000	2050	2100	2150	2200
2	$\sigma_\Phi$	850	850	850	850	850	850	850	850	850	850
3	$h^2$	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
4	$h^2m$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
5	$W_I$	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400
6	$\sigma_{Ж}$	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
7	$n^2_I$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
8	$t$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
9	$N$	Размер популяции 110000 коров									
10	$Pa$	0,35	0,35	0,35	0,35	0,36	0,36	0,36	0,4	0,4	0,4
11	$N_{ПМ}$	Рассчитывается по формуле									
12	$N_{ОТ}$	Рассчитывается по формуле									
13	$m$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
14	$Q$	3,9	3,9	3,9	3,7	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
15	$K_D$	Рассчитывается по формуле									
16	$f_O$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,01	1,0	1,0
17	$F_{Ж}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
18	$P_I$	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25	0,26	0,26	0,26	0,28
19	$n_{ОБ}$	6	6	6	12	12	12	18	18	18	6
20	$n_{Э}$	25	25	25	50	50	50	75	75	75	75
21	$B_{П}$	30,5	30,5	30,5	29	29	29	28,5	28,5	28,5	28
22	$B_T$	Рассчитывается по формуле									
23	$МОП$	13,0	13,0	13,0	12,5	12,5	12,5	13,0	13,0	13,0	12,5
24	$B_C$	30000			40000			50000			40000
25	$D_H$	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6
26	$P_{Э}$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
27	$P_C$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
28	$P_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
29	$L_{ОБ}$	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
30	$L_{ПБ}$	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
31	$L_{НБ}$	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
32	$L_{ОК}$	Рассчитывается по формуле									
33	$L_{МБ}$	Рассчитывается по формуле									
34	$L_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
35	$P_{ПЛ}$	Рассчитывается по формуле									
36	$P_y$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

### 2.3.6. Варианты 4-8. Входная информация для выполнения задания

Показатель, Табл.		Номер задания									
№	Обознач.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$P$	1785	1815	1875	1925	1970	2000	2050	2100	2150	2200
2	$\sigma_\Phi$	875	875	875	900	900	900	950	950	950	950
3	$h^2$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
4	$h^2 m$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
5	$W_I$	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400
6	$\sigma_{Ж}$	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
7	$n^2_I$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
8	$t$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
9	$N$	Размер популяции в соответствии с № варианта									
10	$Pa$	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
11	$N_{ПМ}$	Рассчитывается по формуле									
12	$N_{ОТ}$	Рассчитывается по формуле									
13	$m$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
14	$Q$	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6
15	$K_D$	Рассчитывается по формуле									
16	$f_O$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,01	1,01	1,0	1,0
17	$F_{Ж}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
18	$P_I$	0,2	0,2	0,2	0,22	0,22	0,22	0,25	0,25	0,26	0,26
19	$n_{ОБ}$	6	6	6	6	10	10	10	12	12	6
20	$n_{Э}$	30	30	30	40	40	40	50	50	50	75
21	$B_{П}$	31	31	31	30,5	30,5	30,5	30	30	30	28
22	$B_T$	Рассчитывается по формуле									
23	$МОП$	13,0	13,0	13,0	12,8	12,8	12,8	12,8	12,5	12,5	12,5
24	$B_C$	30000			40000			50000			40000
25	$D_H$	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6	1-6
26	$P_{Э}$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
27	$P_C$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
28	$P_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
29	$L_{ОБ}$	8,0	8,0	8,0	7,5	7,5	7,5	7,8	7,8	7,0	7,0
30	$L_{ПБ}$	8,0	8,0	8,0	7,5	7,5	7,5	7,8	7,8	7,0	7,0
31	$L_{НБ}$	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,2
32	$L_{ОК}$	Рассчитывается по формуле									
33	$L_{МБ}$	Рассчитывается по формуле									
34	$L_{МК}$	Рассчитывается по формуле									
35	$P_{ПЛ}$	Рассчитывается по формуле									
36	$P_y$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

11. Значение различных категорий племенных животных и их вклад в общий генетический прогресс при оптимизации селекционных программ.
12. Оценка генетического прогресса в породах и популяциях молочного скота.
13. Величина инбридинга и инбредная депрессия в популяциях молочного скота.
14. Программы селекции в зарубежных странах (Норвегия, Дания, Финляндия, США и др.).

### **Глава 3. Использование ЭВМ при вычислении популяционно-генетических параметров, применяемых в селекции животных**

Организация крупномасштабной селекции молочных пород скота на основе достижений популяционной генетики стала возможной благодаря применению ЭВМ для вычисления генетических параметров в масштабе всей популяции и даже породы. По Н.А. Кравченко (1973), под генетическими параметрами селекции понимаются математически обоснованные селекционные показатели, определяющие и уточняющие генетическую сущность отбора животных и признаков, по которым он ведётся. К этим параметрам относятся изменчивость ( $C_v$ ), наследуемость ( $h^2$ ), повторяемость ( $t$ ), корреляция признаков ( $r$ ), регрессия ( $b$ ), препотентность и другие варианты наследования.

Использование популяционно-генетических параметров позволяет оценить результаты племенной работы, прогнозировать её эффективность, определить племенную ценность животных и моделировать селекционные программы.

Генотипическое разнообразие животных, различные условия среды и природа хозяйственно-полезных признаков – факторы, создающие в популяции непрерывную фенотипическую изменчивость.

Для оценки этой изменчивости в популяционной генетике разработаны специальные генетико-математические методы анализа количественных признаков с непрерывной изменчивостью.

### **3.1. Вычисление коэффициента наследуемости**

Показатель фенотипической изменчивости количественного признака называется дисперсией (обозначение  $S_p^2$ ).

Фенотип животного ( $P$ ) – это результат совместного действия его генотипа ( $G$ ) и среды ( $E$ ), т.е.  $P = G + E$ , или  $S_p^2 = S_G^2 + S_E^2$ , где  $S_G^2$  – генотипическая дисперсия,  $S_E^2$  – средовая дисперсия. Отношение генотипической изменчивости к общей фенотипической представляет собой коэффициент наследуемости ( $h^2$ ). Генотипическая дисперсия может включать дисперсию, обусловленную аддитивным эффектом генов ( $S_A^2$ ), дисперсию, зависящую от доминантного действия генов ( $S_D^2$ ) и дисперсию вызванную эффектом взаимодействия неаллельных генов ( $S_I^2$ ) – эпистазом. Тогда  $S_G^2 = S_A^2 + S_D^2 + S_I^2$ . По З.С. Никоро (1968), отношение  $S_A^2 / S_p^2$  представляет собой коэффициент наследуемости в узком смысле слова. Коэффициент наследуемости – величина относительная и находится в пределах от 0 до 1, или от 0 до 100%. Этот показатель используется для прогнозирования результатов селекции, вычисления генетического сдвига хозяйственно – биологических признаков в поколениях животных, оценки их наследственных качеств.

Предложено множество методов вычисления наследуемости: по удвоенному коэффициенту корреляции между показателями матерей и дочерей ( $h^2 = 2r_{D/M}$ ) (3.1.1); по удвоенному коэффициенту регрессии этих показателей ( $h^2 = 2R_{D/M}$ ) (3.1.2). Второй способ более предпочтитель-

ный, так как, дочери и матери лактируют в неодинаковых условиях среды и здесь учитывается поправка на эти условия, что вытекает из следующих соотношений:

$$b_{Д/М} = r_{Д/М} \cdot \frac{S_{Д}}{S_{М}}; \quad (3.1.3), \text{ где } S_{Д}, S_{М} - \text{среднее квадратическое отклонение признака соответственно дочерей и матерей.}$$

Следующие методы: по корреляции между сибсами ( $h^2 = 2r$ ) и полусибсами ( $h^2 = 4r$ ); методом дисперсионного анализа соответствующих статистических комплексов (однофакторных, многофакторных, иерархических) – по соотношению генотипической дисперсии к общей:

$h^2 = C_X / C_Y$  (3.1.4) (по методике Н.А. Плохинского, 1960), или по учетверённому коэффициенту внутриклассовой корреляции ( $r_w$ ): на основе внутриотцовской регрессии дочерей на матерей  $h^2 = 2b$ , где  $b = SP_{XY} / SS_{XX}$ ; (3.1.5)

методом ковариационного анализа по формуле:

$$h^2 = \frac{4(mS_{Y1} - mS_{Y2})}{mS_{Y1} + (n_0 - 1) \cdot mS_{Y2}}; \quad (3.1.6)$$

по результатам селекционного эксперимента; по фактическому сдвигу продуктивности за поколение и т.п.

По мнению многих исследователей, в частности Дж. Снедекора (1961), В.Ю. Урбаха (1968), З.С. Никоро и др. (1968), Э.Х. Гинзбурга (1969) и др., ( $h^2$ ) лучше вычислять по коэффициенту внутриклассовой корреляции ( $r_w$ ) между родственниками:

$$(3.1.7) \quad r_w = \frac{S_A^2}{S_A^2 + S_E^2}, \quad \text{где } S_A^2 = \frac{mS_A - mS_E}{n_0} - \text{варианса}$$

между группами потомков;  $S_E^2 = mS_E$  - варианса внутри

группы потомков;  $n_0 = \frac{1}{g-1} (N - \frac{\sum n_i^2}{N})$  - средняя числен-



ность потомков в группе, приходящаяся на одного производителя;  $r_W$  – коэффициент внутриклассовой корреляции.

### ***3.2. Корреляция между хозяйственно-биологическими признаками***

Организм – это сложившаяся в процессе эволюции сложная единая система, поэтому органы, ткани, отдельные части организма, системы органов взаимосвязаны друг с другом. Зависимость изменчивости одного признака от изменчивости другого называется корреляционной зависимостью. Изучение взаимосвязи между хозяйственно-биологическими признаками имеет большое значение для успешного ведения селекционной работы.

В зависимости от направления и величины корреляции, селекционеры решают вопросы отбора и подбора, оценки животных. Основные селекционируемые признаки крупного рогатого скота - удои и содержание жира в молоке, по мнению многих исследователей, отрицательно связаны между собой: от – 0,01 до – 0,405 (Л.К. Эрнст, 1977). Поэтому в практике животноводства применяют такие методы отбора и подбора животных, чтобы улучшение основных селекционируемых признаков не привело к резкому ухудшению других.

По мнению Л.К. Эрнста и Ю.Н. Григорьева (1985), практическое значение корреляций между признаками заключается в том, что они позволяют при отборе не только усиливать действие положительных качеств, ослабляя нежелательные, но и вести селекцию по меньшему числу признаков при положительной связи между ними. При этом значительно ускоряются темпы генетического совершенствования стад.

Коэффициент фенотипической корреляции выражается в виде отношения ковариансы (совместная изменчи-

вость двух переменных) к средней геометрической variance этих переменных:

$$r = \frac{Cov\ xy}{\sqrt{S_x^2 \times S_y^2}}, \quad (3.2.1)$$

где  $Cov\ x, y$  – коварианса признаков  $x$  и  $y$ .

При корреляции нескольких признаков ( $x, y, z$ ) можно вычислить частную корреляцию между любыми двумя переменными, где остальные переменные константы:

$$r_{xy(z)} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \times r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2) \times (1 - r_{yz}^2)}}; \quad (3.2.2)$$

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \times r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \times (1 - r_{yz}^2)}}; \quad (3.2.3)$$

$$r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \times r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \times (1 - r_{xz}^2)}}; \quad (3.2.4)$$

Множественная корреляция между тремя переменными  $x, y, z$  вычисляется по формуле:

$$r_{xyz} = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy} \times r_{xz} \times r_{yz}}{1 - r_{xy}^2}} \quad (3.2.5)$$

Важное значение для селекции имеет генетическая связь между признаками, обусловленная сцеплением генов или плейотропией (генотипические корреляции). От степени и направления этих корреляций зависит генетический эффект при отборе.

Паратипические (средовые) корреляции обусловлены действием на признаки животного внешних условий. Изучение паратипических корреляций позволяет использовать условия кормления и содержания животных для уклонения

развития коррелирующих признаков в желательном направлении.

Генетические корреляции можно вычислить по формуле (Hazel, 1943):

$$r_q = \pm \sqrt{\frac{r_{xy'} \times r_{yx'}}{r_{xx'} \times r_{yy'}}}, \text{ если } r_{xx'} > 0, r_{yy'} > 0 \quad (3.2.6)$$

$$r_q = \pm \frac{(r_{xy'} + r_{yx'}) / 2}{\sqrt{r_{xx'} \times r_{yy'}}}, \text{ если а) } r_{xy'} < 0, r_{yx'} > 0; \quad (3.2.7)$$

$$\text{в) } r_{xy'} > 0, r_{yx'} < 0;$$

$$r_{xx'} > 0, r_{yy'} > 0,$$

где  $x$  и  $x'$  - данные по признаку ( $x$ ) у матери и дочери,  $y$  и  $y'$  - данные по признаку ( $y$ ) у матери и дочери.

Коэффициент генетической корреляции можно вычислить методом ковариационного анализа по формуле (Н.З. Басовский и др., (1975):

$$r_{q(xy)} = \frac{Cov_q(xy)}{\sqrt{S_q^2(x) \times S_q^2(y)}}, \quad (3.2.8)$$

где  $Cov_q(xy)$  - генетическая коварианса;

$S_q^2(x)$  и  $S_q^2(y)$  - генетические варианты признаков ( $x$ ) и ( $y$ ).

### 3.3. Определение племенной ценности животных

Племенная ценность быка-производителя по продуктивности его дочерей оценивается по формуле:

$$ПЦ = 2b(\bar{X}_д - \bar{X}_с) + h^2(\bar{X}_с - \bar{X}_п), \quad (3.3.1)$$

где  $b$  - коэффициент племенной ценности быка на фенотип его дочерей:

$$b = \frac{0,25 \cdot n \cdot h^2}{1 + (n - 1) \cdot 0,25h^2} \text{ (при оценке по полусибсам),}$$

$\overline{X}_D$  - средняя продуктивность дочерей, лактировавших в данном стаде;

$\overline{X}_C$  - средняя продуктивность сверстниц, лактировавших в данном стаде;

$\overline{X}_П$  - средняя продуктивность коров стада, популяции.

Если производитель оценивается в нескольких хозяйствах, то вычисляют средние взвешенные показатели продуктивности его дочерей и среднюю взвешенную через количество эффективных дочерей. При оценке быка учитываются следующие факторы: год лактации, сезон отёла, возраст при первом отёле, продолжительность лактации и другие. Из выборки дочерей и сверстниц исключаются больные коровы, абортировавшие, с атрофией долей вымени, с коротким лактационным периодом (менее 250 дней), а также первотёлки, которые отелились в возрасте моложе 24 и старше 36 месяцев.

С учётом выше изложенного индекс племенной ценности быка определяется по следующей формуле:

$$I_{\text{пц}} = 2b \frac{\sum [(\overline{X}_D - \overline{X}_C) \cdot W_i]}{\sum W_i} + h_c^2 (\overline{X}_C - \overline{X}_П), \quad (3.3.2)$$

где  $(\overline{X}_D - \overline{X}_C)$  – разница между показателями продуктивности дочерей ( $\overline{X}_D$ ) и сверстниц ( $\overline{X}_C$ ), установленная по каждому  $i$  – фактору;  $W_i$  – число эффективных дочерей по каждому  $i$  – фактору, вычисляемое по формуле:

$$W_i = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}; \quad (3.3.3)$$

где  $n_1$  – число дочерей,  $n_2$  – число сверстниц.

$h_c^2$  – генетические различия между стадами.

Коэффициент регрессии  $b$  зависит от величины наследуемости признака и количества эффективных дочерей. Если наследуемость удоя принять ( $h^2 = 0,25$ ), то для вычисления коэффициента регрессии  $b$  можно воспользоваться таблицей (Н.З. Басовский, 1983).

### **3.3.1. Коэффициент регрессии $b$ индекса на племенную ценность быков при разном количестве их дочерей ( $h^2 = 0,25$ )**

Число эффективных дочерей ( $W_i$ )	Коэффициент регрессии ( $b$ )	Число эффективных дочерей ( $W_i$ )	Коэффициент регрессии ( $b$ )
15-19	0,58	80-89	0,87
20-24	0,64	90-99	0,88
25-29	0,70	100-119	0,89
30-34	0,73	120-139	0,90
35-39	0,75	140-159	0,91
40-44	0,77	160-179	0,92
45-49	0,79	180-199	0,93
50-59	0,81	200-299	0,95
60-69	0,83	300-399	0,96
70-79	0,85	400-499	0,97

*Пример.* На молочном комплексе использовался чистопородный голштинский производитель Юг 553. В стаде этого хозяйства лактировали 37 дочерей этого производителя летнего сезона отёла. Их средний удой за 305 дней I лактации был равен 3249 кг молока. Продуктивность 75 сверстниц составляет 2982 кг молока. На основании количества дочерей и сверстниц вычисляется число эффективных дочерей этого быка:

$$W = \frac{37 \cdot 75}{37 + 75} = 24,7 \approx 25.$$

По таблице находим коэффициент регрессии ( $b$ ), который при  $W_i = 25$  равен 0,70. Тогда оценка быка Юга 553 в стаде молочного комплекса будет равна:

$$I_{\text{пц}} = \frac{2 \cdot 0,7 \cdot (3249 - 2982) \cdot 25}{25} + 0,1 \cdot (2982 - 3000) = 372 \text{ кг.}$$

или в относительном измерении:

$$I_{\text{пц}\%} = \frac{I_{\text{пц}} + \bar{X}_{\text{п}}}{\bar{X}_{\text{п}}} \cdot 100 = 112,4 \%$$

*Пример 2.* Дочери быка-производителя (А) лактируют в пяти стадах (таблица 3.3.2).

### 3.3.2. Определение разницы в удоях молока дочерей быка (А) и их сверстниц

Стадо	Средний удой, кг		Разница $\bar{X}_D - \bar{X}_C$	Численность			Скорректированная разница $(\bar{X}_D - \bar{X}_C) \cdot W_i$
	дочерей $\bar{X}_D$	сверстниц $\bar{X}_C$		дочерей $n_1$	сверстниц $n_2$	эффективных дочерей $W_i$	
1	3982	3655	+327	25	38	15,1	+4937,7
2	3864	3518	+346	32	63	21,2	+7335,2
3	4012	3734	+278	44	95	30,1	+8367,8
4	3015	3582	-567	28	56	18,7	-10602,9
5	3762	3014	+748	63	130	42,4	+31715,2
	$\Sigma$			192	382	127,5	+41753

Определяется скорректированная на число эффективных дочерей разница между продуктивностью дочерей и сверстниц (табл. 3.3.2). Коэффициент регрессии ( $b$ ) при  $\Sigma W_i = 127,5$  равен 0,9. Тогда индекс племенной ценности быка (А), оцениваемого по пяти стадам, равен:

$$I_{\text{пу}} = 2 \cdot 0,9 \cdot \left( \frac{41753}{127,5} \right) + 0,1 \cdot (3423,2 - 3000) = 631,8 \text{ кг}$$

Или в относительном измерении:

$$I_{\text{пц}\%} = \frac{I_{\text{пц}} + \bar{X}_{\text{п}}}{\bar{X}_{\text{п}}} \cdot 100 = \frac{638,1 + 3000}{3000} \cdot 100 = 121,1 \%$$

В последние десятилетия разработаны новые методы оценки быков-производителей по качеству потомства. Наибольшее распространение в зарубежной практике получил метод определения наилучшей линейной несмещённой оценки (BLUP), разработанный К. Хендерсоном. Это - метод прямого сравнения производителей. При использовании данного метода исключается систематическое влияние средовых факторов и оценивается генетический эффект отца.

Этот метод основан на следующей статистической модели:

$$Y_{ijklm} = M + JH_i + RK_j + G_k + S_{kl} + \mathbf{l}_{ijklm},$$

где  $Y_{ijklm}$  – скорректированная продуктивность коров за первую лактацию;  $M$  – средняя по породе, популяции;  $JH_i$  – влияние года и стада на группу  $i$ ;  $RK_j$  – влияние региона и месяца отёла на группу  $j$ ;  $G$  – влияние группы быков одной генерации  $k$ ;  $S_{kl}$  – генетическое влияние быка  $l$  внутри группы  $k$ ;  $\mathbf{l}_{ijklm}$  – случайная ошибка.

Индекс племенной ценности будущих матерей быков-производителей вычисляется по следующей формуле (Н.З. Басовский, 1983):

$$I_{ПЦ(МБ)} = K_1 \cdot (P_1 - \bar{P}_1) + K_2 \cdot (P_2 - \bar{P}_2) + K_3 \cdot (P_3 - \bar{P}_3), (3.3.5)$$

где  $P_1, P_2, P_3$  – продуктивность матери, дочерей отца и самой коровы;  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$  – продуктивность сверстниц матери, дочерей отца и самой коровы соответственно.

При этом весовые коэффициенты ( $K_1, K_2, K_3$ ) вычисляются по формулам (Henderson, 1963):

$$K_1 = \frac{0,5 \cdot (h_2^2 \cdot (1 - h_1^2))}{1 - 0,25 \cdot h_1^2 \cdot (h_2^2 + b)}; \quad K_2 = \frac{b \cdot (1 - h_1^2)}{1 - 0,25 \cdot h_1^2 \cdot (h_2^2 + b)};$$

$$K_3 = \frac{h_1^2 \cdot [1 - 0,25 \cdot (h_2^2 + b)]}{1 - 0,25 \cdot h_1^2 \cdot (h_2^2 + b)}, \text{ где } h_1^2 - \text{ регрессия племенной}$$

ценности коровы на её фенотип;  $h_2^2$  - регрессия племенной ценности матери коровы на её фенотип, вычисляемая по

формуле: 
$$h_m^2 = \frac{th^2}{1 + (m-1) \cdot t}, \text{ где } t - \text{ коэффициент повто-}$$

ряемости признака;  $m$  – число лактаций,  $b$  – регрессия племенной ценности отца коровы на фенотип его дочерей, вы-

числяемая по формуле: 
$$b = \frac{0,25 \cdot n \cdot h^2}{1 + (n-1) \cdot 0,25 \cdot h^2}.$$

Точность индекса племенной ценности матери быка вычисляется по формуле:

$$R_{ia} = \sqrt{0,5K_1 + 0,25K_2 + K_3} \quad (3.3.7)$$

*Пример.* Вычислить индекс племенной ценности помесной симментал – монбельярдской коровы Наваги 3978 из племенного завода «Родина». Корова Навага 3798 и её мать Незнайка 0871 оценены по трём лактациям, тогда  $h_1^2 = h_2^2$ . Коэффициент наследуемости удоя в популяции симментальского скота за I лактацию принимаем  $h_2 = 0,22$  (биологическая норма),  $h_m^2 = 0,4$ .

Коэффициент повторяемости удоя ( $t = 0,4$ ), тогда  $h_2^2 = 0,4166 \approx 0,42$ .

Отец Наваги 3978 – чистопородный монбельярдский производитель Дамир №2572015984 оценён по 30 дочерям, что соответствует 20 эффективным дочерям, тогда коэффициент регрессии племенной ценности отца этой коровы на фенотип его дочерей будет равен

$$b = \frac{0,25 \cdot 30 \cdot 0,22}{1 + (30-1) \cdot 0,25 \cdot 0,22} = 0,64.$$

Весовые коэффициенты следующие:



$$K_1 = \frac{0,5 \cdot 0,42 \cdot (1 - 0,42)}{1 - 0,25 \cdot 0,42 \cdot (0,42 + 0,64)} = 0,137$$

$$K_2 = \frac{0,64 \cdot (1 - 0,42)}{1 - 0,25 \cdot 0,42 \cdot (0,42 + 0,64)} = 0,418$$

$$K_3 = \frac{0,42 \cdot [1 - 0,25 \cdot (0,42 + 0,64)]}{1 - 0,25 \cdot 0,42 \cdot (0,42 + 0,64)} = 0,347$$

Средняя продуктивность коровы Наваги 3978 за 1 - 3 лактации равна 5648 кг, её сверстниц - 4982 кг; её матери – 4184 кг, сверстниц матери – 4012 кг.

Удой 30 дочерей отца равен 3521 кг молока; удой их сверстниц – 3367 кг.

Индекс племенной ценности Наваги 3978 равен:

$$I_{\text{пц}} = 0,137 \cdot (4184 - 4012) + 0,418 \cdot (3521 - 3367) + 0,347 \cdot (5648 - 4982) = 277,5 \text{ кг}$$

Достоверность оценки её генотипа равняется:

$$R_{ia} = \sqrt{0,5 \cdot 0,14 + 0,25 \cdot 0,418 + 0,347} = 0,722$$

### ***3.4. Оценка молочного скота по комплексу хозяйственно-биологических признаков. Селекционные индексы***

В практике селекционно-племенной работы животных оценивают по комплексу хозяйственно-биологических признаков (удой, содержание в молоке жира и белка, воспроизводительные способности, живая масса, экстерьер, тип и т.д.).

Для оценки животных по комплексу признаков применяется многофакторный регрессионный анализ, где каждое отклонение продуктивности оцениваемого животного от средней (по стаду, популяции и т.п.) умножается на весовой коэффициент, являющийся частным коэффициентом регрессии. Сумма произведений всех отклонений даёт оценку племенной ценности животного:

$$SI = \sum b_i (x_i - \bar{x}_i), \quad (3.4.1)$$

где  $x_i$  – фенотипические значения признаков отбора;  $\bar{x}_i$  – среднее значение признаков отбора в стаде, популяции, линии и т.п.);  $b_i$  – частные коэффициенты регрессии, задающие направление отбора особей.

Частные коэффициенты регрессии ( $b$ ) вычисляются с учётом наследуемости ( $h^2$ ), фенотипического стандартного отклонения каждого признака ( $Sp$ ), фенотипических или генетических корреляций между признаками, а также экономического значения каждого признака методом матричной алгебры по Le Roy (1960) по формуле:

$$b = P^{-1} \cdot G \cdot a, \quad (3.4.2)$$

где  $b$  – вектор-столбец коэффициентов  $b_i$ ;

$P^{-1}$  – обратная фенотипическая матрица;

$G$  – матрица генетических значений вариантов и коварианс;

$a$  – вектор-столбец экономических значений признаков отбора.

Элементы фенотипической  $P$  и генетической  $G$  матрицы вычисляются по формулам.

$$\begin{aligned} P_{ii} &= S_{Pi}^2; & P_{ij} &= r_{PiPj} \cdot S_{Pi} \cdot S_{Pj} = \text{Cov}(P_i, P_j); \\ q_{ii} &= h_i^2 \cdot S_{Pi}^2; & q_{ij} &= r_{qiqj} \sqrt{h_i^2 h_j^2} \cdot S_{Pi} \cdot S_{Pj} = \text{Cov}(q_i, q_j). \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

где  $r_{PiPj}$  – коэффициент фенотипической корреляции между признаками;

$r_{qiqj}$  – коэффициент генетической корреляции между признаками;

$Sp$  – стандартное отклонение признака;

$h^2$  – коэффициент наследуемости признака.

Стандартное отклонение индекса  $\sigma_I$  и суммарного генотипа  $\sigma_H$ , а также коэффициент корреляции между ин-

дексом и суммарным генотипом  $R_{IH}$  вычисляются по формулам (ВНИИРГЖ, 1976):

$$S_I = \sqrt{b' \cdot P \cdot b}; \quad S_H = \sqrt{a' \cdot G \cdot a}; \quad R_{IH} = \frac{S_I}{S_H}, \quad (3.4.4),$$

где  $a'$  и  $b'$  - транспонированные векторы  $a$ ,  $b$ .

В качестве примера вычислим SI для предварительного отбора бестужевских коров в ОПХ «Тимирязевское» УНИИСХ по удою, содержанию жира в молоке и коэффициенту воспроизводства (KB)<sup>5</sup>.

При этом коэффициенты фенотипической и генетической корреляции были вычислены по 100 парам «мать-дочь» бестужевских коров, которые лактировали в стаде практически в одинаковых условиях (табл. 3.4.1).

### 3.4.1. Фенотипические и генетические корреляции между признаками отбора

Корреляция между признаками отбора											
$xx'$	$yy'$	$zz'$	$xy'$	$x'y$	$xz'$	$x'z$	$yz'$	$y'z$	$xy$	$xz$	$yz$
Коэффициент фенотипической корреляции ( $r_{PiPj}$ )											
0,136	0,133	0,03	-0,068	0,034	-0,139	0,123	0,176	-0,121	-0,188	-0,386	0,286
Коэффициент генетической корреляции ( $r_{qi qj}$ )											
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,126	-0,127	0,436

$x, x'; y, y'; z, z'$  - удои, содержание жира в молоке и коэффициент воспроизводства соответственно у дочерей и матерей.

Стандартное отклонение удоя бестужевских коров-первотёлок ( $Sp_x$ ) = 641 кг; содержания жира в молоке  $Sp_y=0,22\%$ ; коэффициента воспроизводства  $Sp_z=5,68\%$ .

<sup>5</sup> Коэффициент воспроизводства вычисляется по формуле  $KB=(KT/V) \cdot 100$ , где КТ – количество отёлов коровы, В – возраст коровы (годы).

Весовые коэффициенты вычислены с учётом закупочной цены 1 кг молока стандартной жирности, 1 кг молочного жира и 1 кг живой массы племенных животных в ценах (0,99 р = 1\$) – 1991 г.

В результате решения уравнения (3.4.2) на ЭВМ, получены следующие коэффициенты регрессии:  $b_1 = 0,23$ ;  $b_2 = 150$ ;  $b_3 = 13,2$ .

Формула предлагаемого селекционного индекса для отбора бестужевских коров по первой лактации следующая:

$$SI = 0,23 \cdot (x_1 - 3600) + 150 \cdot (x_2 - 3,6) + 13,2 \cdot (x_3 - 56),$$

где  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  - удои в кг, содержание жира в молоке в % и коэффициент воспроизводства соответственно;

0,23; 150; 13,2 – коэффициенты регрессии, вычисленные на основании весовых коэффициентов признаков;

3600; 3,60; 56 – принятые стандарты отбора - соответственно для удои (кг), содержания жира в молоке (%) и коэффициента воспроизводства (%) бестужевских коров в племенное ядро стада ОПХ «Тимирязевское». Стандартное отклонение данного индекса  $\sigma_I = 139,7$ , суммарного генотипа  $\sigma = 264,7$ . Коэффициент корреляции между селекционным индексом и суммарным генотипом  $R = 0,53$ .

Селекционный индекс объединяет в одном показателе несколько параметров. По величине SI на ЭВМ из большого массива животных можно быстро отобрать коров в племенное ядро стада, быкопроизводящую группу - по комплексу хозяйственно-биологических признаков.

*Например:* В таблице 3.4.2 приведены сведения о продуктивности и воспроизводительной способности коров бестужевской породы, а также вычисленные по приведённой выше методике селекционные индексы этих коров.

Из таблицы видно, что коровы №5 и №8 имеют близкие показатели молочной продуктивности, но различную

### 3.4.2. Показатели коров бестужевской породы

№	Удой, кг	% жира	КВ, %	SI
1	4501	3,77	51,0	166,7
2	3843	3,85	61,5	166,0
3	4387	3,78	60,0	260,8
4	4369	3,71	56,0	193,4
5	4372	3,73	54,5	177,3
6	4339	3,81	53,0	161,8
7	4309	3,85	53,6	168,9
8	4376	3,72	64,2	304,7

плодовитость. Поэтому значение *SI* у них различное. При отборе селекционер отдаёт предпочтение корове №8.

#### *Контрольные вопросы*

1. Назовите популяционно-генетические параметры, используемые в селекции сельскохозяйственных животных?
2. Что такое наследуемость признака?
3. Какими методами можно вычислить коэффициент наследуемости признака?
4. Корреляция и её значение в селекции животных.
5. Индексы племенной ценности быков и коров. Информация, необходимая для их вычисления.
6. Селекционные индексы и их значение при отборе племенных животных.
7. Методы оценки быков-производителей по качеству потомства.

*Задание 3.3.* Вычислить индексы племенной ценности коров и быков - производителей, которые использовались в племенных репродукторах области. Для выполнения задания необходимо использовать карточки племенных коров (форма 2 МОЛ), карточки племенных быков (форма 1 МОЛ), каталоги быков-производителей, Государствен-

ные племенные книги (ГПК) симментальской, бестужевской и чёрно-пёстрой пород.

## **Глава 4. Информационные системы в молочном скотоводстве**

### ***4.1. Автоматизированная информационно- вычислительная система «ИНСЕЛ»***

Организация и внедрение программ крупномасштабной селекции молочных пород скота стала возможной благодаря применению ЭВМ для сбора, накопления и обработки данных племенного учёта по огромным массивам животных. Моделирование и оптимизация селекционных программ, оценка быков-производителей по качеству потомства методом BLUP, индексная оценка племенных качеств животных и ряд других работ практически неосуществимы без использования ЭВМ.

В нашей стране вычислительную технику в племенной работе с породами молочного скота впервые применила Пушкинская лаборатория разведения сельскохозяйственных животных ( в настоящее время Всероссийский научно-исследовательский институт разведения и генетики животных (ВНИИРГЖ).

Основным источником передачи информации из хозяйства в вычислительные центры ранее по методике ВНИИРГЖ являлись формы 1 МОЛ и 2 МОЛ, приспособленные к машинной обработке данных племенного учёта. Более прогрессивным способом сбора информации является организация «локальных сетей» в масштабах области, зоны разведения породы, целесообразно использовать для этих целей «глобальную» компьютерную сеть «Интернет».

АИС «ИНСЕЛ» испытана и внедрена в практику в хозяйствах Ленинградской области (Н.З. Басовский, 1985). В племенных хозяйствах этой области внедрена автомати-

зация первичного зоотехнического и племенного учёта по системе «СЕЛЭКС», разработанную для современных IBM совместимых ПЭВМ. В ВЦ ВНИИРГЖ сформирована база данных по породам, разводимым в области. Создание базы данных по чёрно-пёстрой породе на технических носителях информации, а также разработка пакета прикладных программ в рамках АИС «ИНСЕЛ» дало возможность успешно решить многие задачи по селекции животных: оптимизацию программ крупномасштабной селекции, оценку быков-производителей с использованием современных достижений популяционной генетики (метод BLUP), оценку результатов отбора животных, анализ подбора, результатов скрещивания и т.п. Функционирование АИС «ИНСЕЛ» в сочетании с комплексом мероприятий по племенной работе способствовало повышению генетического потенциала скота. Если в конце 60 годов генетический прогресс составлял 13 кг молока на корову в год, в 70 – годы этот показатель был равен 24 кг, то в последнее время ежегодное повышение удоя составляет 40-50 кг молока на корову в год.

**4.2. Автоматизированная информационно-вычислительная система «СЭЛЕКС» (селекция, экономика, система).** Разработана в начале 70-х годов в Латвии (Эрнст Л.К., Цалитис А.А., 1982) при участии ВИЖа.

Согласно этой системе, селекционеры хозяйств ежемесячно передают в ВЦ соответствующего племпредприятия информацию об отёлах и осеменениях животных, контрольным доениям коров и т.п. На основании этой информации на ЭВМ составляются ежегодные отчёты о продуктивности и воспроизводительной способности животных в пределах области, района, хозяйства, стада.

По окончании года составляются итоговые показатели по каждому племенному животному и в целом по стаду, району, области. Итоговые показатели о продуктивности

коров за 305 дней лактации используются для составления отчётов по бонитировке животных, оценки быков по качеству потомства, анализа результатов скрещивания, оценки линий, семейств и решения других задач по племенной работе.

Реквизиты банка данных по коровам (Басовский Н.З., 1983) следующие:

1. Шифр массива информации.
2. Шифр стада, к которому принадлежит корова (область, район, хозяйство, ферма).
3. Инвентарный номер коровы, марка и номер ГПК.
4. Дата и место рождения.
5. Порода, породность, класс.

*Сведения по отцу.*

6. Инвентарный номер, марка, номер ГПК.
7. Порода, породность, линия, класс.
8. Племенная категория, продуктивность дочерей и сверстниц, индекс племенной ценности.

*Сведения по матери.*

9. Инвентарный номер, марка и номер ГПК.
10. Порода, породность, класс.
11. Продуктивность за все известные лактации. Индекс племенной ценности.

*Сведения по отцу матери*

12. Инвентарный номер, марка и номер ГПК.
13. Линия, племенная категория, продуктивность дочерей и сверстниц. Индекс племенной ценности.

*Сведения о корове*

14. Продуктивность (удой, процент жира и белка в молоке, выход жира) коровы по лактациям в сравнении со стадом, средним по породе.
15. Индекс племенной ценности коровы по молочной продуктивности за все известные лактации.



16. Средние показатели в сравнении со стадом и породой по живой массе, индексу вымени, скорости молокоотдачи, показателям воспроизводительной способности, сервис-периоду, сухостойному и межотельному периодам.
17. Экстерьерная оценка, комплексный класс.
18. Индекс племенной ценности коровы по удою на основании трёх источников информации (собственные показатели + племенная ценность отца + племенная ценность матери).
19. Ветеринарные обследования (шифр болезни, причины выбытия из стада).

Перечень реквизитов банка данных по быкам-производителям (методика ВНИИРГЖ, Н.З. Басовский, 1983):

1. Шифр массива информации.
2. Шифр области, племпредприятия.
3. Кличка, инвентарный номер, марка и номер ГПК.
4. Дата и место рождения.
5. Порода, породность, линия, класс.

*Данные об отце*

6. Инвентарный номер, марка и номер ГПК, порода, породность, класс.
7. Результаты оценки по потомству: число дочерей, удои, процент жира и белка по I лактации, сравнение со сверстницами, племенная категория.
8. Индекс племенной ценности по энергии роста, воспроизводительной способности и молочной продуктивности; селекционный индекс по комплексу признаков.

*Данные о матери*

9. Инвентарный номер, марка и номер ГПК.
10. Порода, породность, класс.

11. Продуктивность по всем известным лактациям, живая масса, скорость молокоотдачи, индекс вымени, сравнение со сверстницами и средним по породе по всем селекционным признакам, индекс племенной ценности по собственным показателям, селекционный индекс по комплексу признаков.

*Данные об отце матери*

12. Инвентарный номер, марка и номер ГПК.
13. Порода, породность, линия, класс.
14. Результаты оценки по потомству: число дочерей, удой, процент жира и белка по 1-й лактации, сравнение со сверстницами, племенная категория.
15. Индекс племенной ценности по энергии роста, воспроизводительной способности и молочной продуктивности; селекционный индекс по комплексу признаков.

*Данные о производителе*

16. Сведения о развитии: живая масса при рождении, в 6, 12 и 18 мес., в 2, 3, 4 и 5 лет; скорость роста от рождения до 12-месячного возраста.
17. Основные экстерьерные промеры во взрослом состоянии.
18. Показатели воспроизводительной способности: средний объём эякулята, концентрация сперматозоидов, активность, пригодность к замораживанию, оплодотворяющая способность спермы, расход спермы на одно оплодотворение, наличие запаса замороженной спермы (тыс. доз).
19. Результаты оценки по потомству: число дочерей и число стад в которых они лактировали по 1 лактации, удой, процент жира и белка в молоке; сравнение со сверстницами; экстерьерные особенности дочерей быка.

20. Индекс племенной ценности по молочной продуктивности, энергии роста и воспроизводительной способности; селекционный индекс с учётом информации о предках, потомках и собственных данных.

В последние годы в перечень показателей включена оценка типа быка на основе линейной оценки экстерьера его дочерей.

Создание банка данных – наиболее трудоёмкая задача при внедрении АИВС «ИНСЕЛ», «СЕЛЭКС» т.п. в производство.

#### *Задачи, решаемые в АИВС*

- Оценка селекционно-генетических параметров по выборкам;
- определение изменчивости, наследуемости, корреляции, повторяемости, регрессии, селекционного дифференциала и др.;
- оценка племенной ценности ремонтных бычков по родословной, развитию и экстерьеру (от рождения до 12 месячного возраста), физиологическому качеству спермы (в 1,5 летнем возрасте), оплодотворяющей способности спермы (в 2-х летнем возрасте), качеству потомства, комплексу признаков;
- оценка племенной ценности коров племенных стад по комплексу хозяйственно-биологических признаков;
- индексная оценка племенной ценности матерей бычков;
- отбор животных для записи в ГПК;
- оценка результатов скрещивания;
- оценка селекционных достижений: линий, семейств, стад, типов;

- оценка и отбор племенных животных по генетической резистентности к болезням и наследственным аномалиям;
- отбор потенциальных и признанных матерей быков с заданными параметрами (происхождение, тип, живая масса, племенная ценность, принадлежность к линии);
- оценка прогноза результатов селекции, взаимодействия «генотип-среда», межстадных генетических различий и других селекционно-генетических параметров;
- составление проекта плана заказного спаривания;
- составление плана линейно-ротационного подбора для товарных стад;
- аттестация происхождения племенных животных по иммунногенетическим группам крови;
- оптимизация программ селекции по породе;
- составление сводных материалов по бонитировке скота;
- вывод на печать данных по одному или комплексу показателей, одному или группе животных (стад), отобранных по произвольному запросу в диалоговом режиме с пульта управления ЭВМ (линиям, семействам, родственным группам и т.д.);
- вывод на печать сведений о быках производителей в виде карточки (форма 1-МОЛ, со всеми интересующими селекционера показателями);
- вывод на печать данных о племенной корове в виде карточки 2-МОЛ со всеми показателями;
- выдача информации на печать о наличии спермобанка по каждому быку и группе быков-производителей.

**4.3. Автоматизированные информационно -вычислительные системы (АИВС) «Генеалогия», «Ротация», «Подбор».** Создаются на начальном этапе внедрения современных информационных технологий в животноводство. Основное достоинство таких систем - на основании банка данных о быках-производителях, используемых в области, регионе за последние 15-20 лет, можно оперативно (в реальном масштабе времени) решать многие задачи селекции.

Пользователь разработанных информационно-вычислительных систем (АИВС «Генеалогия», «Ротация», «Подбор») может осуществить анализ генеалогической, линейной структуры пород, разводимых в регионе, путём периодического учёта информации о быках-производителях, их предках и потомках; управление генеалогической структурой пород, линий голштинизированного крупного рогатого скота путём контроля продуктивности дочерей быков-производителей, оценки быков и коров, оценки линий и использования наиболее продуктивных из них, интенсивного использования лучших быков-производителей – улучшателей основных селекционируемых признаков; для товарной части популяции составление планов ротации линий. При этом предусматривается недопущение инбридинга близких степеней (II-II, I-III, II-III, III-III, I-II), и осуществление улучшающего подбора путём учёта продуктивности матерей быков-производителей и матерей отцов коров в товарных стадах, результатов оценки быков-производителей и отцов коров по качеству потомства.

Разработанные АИВС «Генеалогия», «Подбор» можно с успехом применить при селекционной работе с породами крупного рогатого скота и в племенных хозяйствах путём моделирования улучшающего подбора при разведении по линиям, с учётом степени инбридинга на высокопродуктивных, особенно ценных, свободных от нежела-

тельных генов, предков, с целью получения родоначальников и продолжателей линий, родственных групп, коров-рекордисток.

АИВС использованы при разработке планов селекционно-племенной работы и для работы по созданию новых высокопродуктивных типов голштинизированного молочного скота, приспособленных к условиям Поволжья. Ниже приведены некоторые варианты машинограмм родословных будущих животных, которых планируется получить в товарных стадах (экранный вариант информации).

В зависимости от цели подбора на экран компьютера выдаётся экранограмма в виде классической родословной планируемого потомка с учётом 3-х рядов предков. Пользователь АИВС работает с банком данных, записанным на магнитных носителях. Подбор животных в виде экранограммы (информация на экране ПЭВМ) осуществляется за считанные секунды.

Например, необходимо осуществить подбор быка–производителя Крона 3311 линии Монтвик Чифтейна 95679 к дочерям быка Метра 1116 из линии Вис Бек Айдиала 1013415, которые лактируют в товарном стаде. После ввода информации в ПЭВМ (кличка, номер быка –производителя и кличка, номер отца коров) на экран будет выведено «Происхождение планируемого потомка» в виде обычной родословной с учётом трёх рядов предков.

При этом отмечается, что подбор по удою и содержанию жира в молоке улучшающий (+3232 кг; +0,12%) (таблица 4.3.1).

Если общий предок встречается в четвёртом ряду родословной – на экран будут выведены данные: Инбридинг IV-III на быка Грандбой 5 ( $F_x=1,56\%$ ). При необходимости, классическая родословная планируемого потомка с учётом четырёх рядов предков выводится на принтер.

### 4.3.1. Подбор быка Крона 3311 к дочерям Метра 1116 (кросс линий)

Происхождение планируемого потомка Подбор: +3232; +0,12; Инбридинг IV-III на быка Грандбой 5, Fx=1,56%													
[M]						[O] Крон 3311 Линия: МЧ 95679 Категория: Оценка: 0д.							
[MM]		[OM] Метр 1116 3/4Г+1/4Ч Линия ВБА Оценка:				[MO] Крошка 819 Удой: 10228 кг Жирн.: 3,80%				[OO] Вик 1699493 Категория: А1 Оценка: 0д.			
[MMM]	[OMM]	[MOM] Мирная 127 Уд.:6996 Жир.:3,68		[OOM] Вилл 1698626 Катег.: А1Б1 Оценка: 16д. Уд.:4965 Жир.:3,98		[ММО] 2964 Уд.:10002 Жир.:3,62		[ОМО] Грандбой 5 Линия: ВБА 178д-1-4522- 3,85		[МОО] 8092590 Уд.: 10733 Жирн.:4,15		[ООО] 1537060 Симпсон Апостол Линия:	
		Мирная 498 3-8766-3,88	Грандбой 5 178д.-1-4522-3,85	Х.И. Уилма 6025580 (9539-4,0)	Р.Д.П. Эплл Элвейшн 1491007	Крошка 3416	Д.Прайд Астро- навт Мак 1696981	Джонс Холм С. 6254310	П.Бутмейкер 1450228	Антонетта 6530064	К. Пикмен 1544708	С.Фарм Т. 4967768	Х.А. Айвенхо 1399824

При подборе быка-производителя Жука 801 генотипа  $\frac{1}{4}$  Ч +  $\frac{3}{4}$  ЧПГ линии Монтвик Чифтейна 95679 к дочерям быка Витого 1126 линии Силинг Трайджун Рокита на экран выдаётся следующая родословная (табл. 4.3.2).

Из этой таблицы следует, что при таком подборе планируемый потомок будет инбредным в степени III-III на быка-производителя Мастера 001 ( $F_x = 3,12\%$ ). Учитывая выдающиеся племенные качества быка Мастера 001 (улучшатель по удою), зоотехник-селекционер сделает соответствующие выводы. Кроме того, на экран выдаются сведения о кровности планируемого потомка и типе такого подбора.

#### 4.3.2. Подбор быка Жука 801 к дочерям Витого 1126 (кросс линий №14 95679 × стр. 252803)

Происхождение планируемого потомка							
Кровность: $\frac{1}{8}$ Б + $\frac{1}{4}$ Ч + $\frac{5}{8}$ ЧПГ; Линия: Монтвик Чифтейна 955679 Подбор: +1721 кг, -0,06% Инбридинг							
М. (Дочери Витого 1126) $\frac{1}{4}$ Б + $\frac{1}{4}$ Ч + $\frac{1}{2}$ ЧПГ				О.Жук 801, $\frac{1}{4}$ Ч + $\frac{3}{4}$ ЧПГ Линия: Монтвик Чифтейна 95679 Класс: Элита-рекорд Оценка: Категория:			
ММ. $\frac{1}{2}$ Б + $\frac{1}{2}$ ЧПГ		ОМ Витой 1126, $\frac{1}{2}$ Ч+ $\frac{1}{2}$ ЧПГ Линия: СТР 252803 Класс: Э.Р. Оценка:		МО Жага 3465 $\frac{1}{2}$ Ч+ $\frac{1}{2}$ Г Удой: 8033 кг Жирн.: 3,70 Класс: Э.Р.		ОО Пионер 181 Линия: МЧ 95679 Класс: Э.Р.	
МММ Бестужевская (Б)	ОММ ЮГ 553 Линия: СТР 252803 (ЧПГ)	МММ Виола 841 Уд.: 6312 кг Ж.: 3,76%	ОММ Мастер 001 МЧП 1868 Линия: СТР Класс: ЭР	ММО Жага 625 Уд.: 5326 кг Жирн.: 3,84%	ОМО Мастер 001 МЧП 1868 Линия: СТР Класс: ЭР	МОО 3516422 Уд.: 10056 кг Ж.: 4,10%	ООО 1667366 Линия: МЧ 95679 Класс: ЭР

При недостатке семени линейных быков для ротационного подбора с помощью АИВС можно осуществить подбор в товарном стаде и в пределах одной линии, ис-



пользуя разные ветви и родственные группы этой линии. При подборе быка Аншлага 2251 линии Вис Бек Айдиа-ла1013415 к дочерям быка Орлика 580 из этой же линии в трёх рядах родословной планируемого потомка общие предки не встречаются (таблица 4.3.3).

#### 4.3.3. Подбор быка Жука 801 к дочерям Витого 1126 (кросс линий №14 95679 × стр. 252803)

Происхождение планируемого потомка							
[M]				[O] Аншлаг 2251 Линия: ВБА 1013415 Категория: Оценка: 0 д.			
[MM]		[OM] Орлик 580 3/4Г+1/4Ч Линия: ВБА 1013415 Оценка: 0 д.		[MO] Принси 361 Удой: 10792 кг Жирн.: 3,69%		[OO] Вилл 1698626 Категория: А1Б1 Оценка: 16 д. 4965 – 3,98	
[MMM]	[OMM]	[MOM] Крошка 2539 Уд.: 6399 Жир.: 4,10	[OOM] Жипси 1698629 Катег.: 	[MMO] 658	[OMO] 1674645 Линия: РС 198998	[MOO] 6025580 Уд.: 9539 Жирн.: 4,00	[OOO] 1491007 РИ. Эплл Элевейшн Линия:

#### Контрольные вопросы

1. Автоматизированные информационно-вычислительные системы и их значение для селекционной работы с породами крупного рогатого скота.
2. Автоматизированная информационно-вычислительная система АИВС «Инсел».
3. Автоматизированная информационно-вычислительная система «Сэлекс».
4. Способы передачи информации о животных из хозяйств в вычислительные центры (ВЦ).

5. Задачи, решаемые на ЭВМ, при использовании ППП АИВС «ИНСЕЛ», АИВС «СЕЛЭКС», АИВС «РОТАЦИЯ», «ПОДБОР».
6. Входная информация (сведения о животных племенных хозяйств), необходимая для функционирования АИВС.
7. Реквизиты банка данных по коровам.
8. Реквизиты банка данных по быкам-производителям.
9. Что представляет собой ротация линий при работе с голштинизированным молочным скотом?
10. Как избежать или свести к минимуму инбредную депрессию в популяциях молочного скота?
11. Как составить план подбора для товарного стада крупного рогатого скота, используя АИВС «Подбор»?
12. Особенности подбора в племенных заводах и племпредукторах.
13. АИВС «Ротация» и её значение для составления плана подбора в товарных стадах.
14. Каким образом можно составить план улучшающего подбора для товарных стад крупного рогатого скота?
15. Как можно управлять генеалогической структурой пород крупного рогатого скота, разводимых в масштабе области?

*Задание 4.3.* Разработать план подбора быков-производителей ( $i$ ) к дочерям быков ( $j$ ). Определить степень инбридинга по методике А. Шапоружа и вычислить коэффициент по формуле Райта-Кисловского.

$$F_x = \left[ \sum \left( \frac{1}{2} \right)^{n_1 + n_2 - 1} \cdot (1 + f_a) \right] \cdot 100,$$

где  $n_1, n_2$  – ряды в родословной с материнской и отцовской сторон, где встречается общий предок. Родословную составить до 4 ряда предков включительно.

$f_a$  – коэффициент инбридинга общего предка.

Провести анализ родословной будущего потомка (подбор: улучшающий, ухудшающий, нейтральный).

Для выполнения задания использовать карточки племенного быка (форма 1 МОЛ), каталоги быков-производителей племпредприятия (варианты задания приведены в таблице 4.3.4.

#### ***4.3.4. Исходные данные для разработки плана ротационного подбора***

Производители (j), отцы матерей	Производители (i) – отцы планируемых потомков					
	МОЛ 200	Виток 853	СОМ 1200	Сне- жок	Крон 3311	Валун 8203
	Номер варианта					
Набой 169 (РС)	1	3	1	2	3	4
Анис 973 (РС)	11	5	6	7	8	9
Виток 853 (ВБА)	2	10	11	1	12	1
Астролог 998 (СТР)	12	2	4	3	4	5
Хмель 1051 (СТР)	13	6	7	5	8	9
Осколок 2903 (СТР)	14	10	11	6	12	13
Граб 1804 (ВБА)	13	15	13	16	10	15
Наплыв 918 (СТР)	17	14	15	14	16	8
Опал 599 (СТР)	18	16	17	18	17	9
Метр 1116 (ВБА)	18	19	19	20	7	20

Линии: РС – Рефлекшн Соверинга 198998;  
ВБА – Вис Бек Айдиала 1013415;  
СТР – Силинг Трайджун Рокита 252803;  
МЧ – Монтвик Чифтейна 95679

#### 4.4. Управление технологическими процессами в животноводстве. Автоматизированные рабочие места (АРМы) специалистов животноводства

Особенностью сельскохозяйственного производства (животноводство) является то, что в качестве управляемых выступают биологические объекты – животные, а также среда их обитания.

Схема управления технологическими процессами в животноводстве показана на рис. 4.4.1

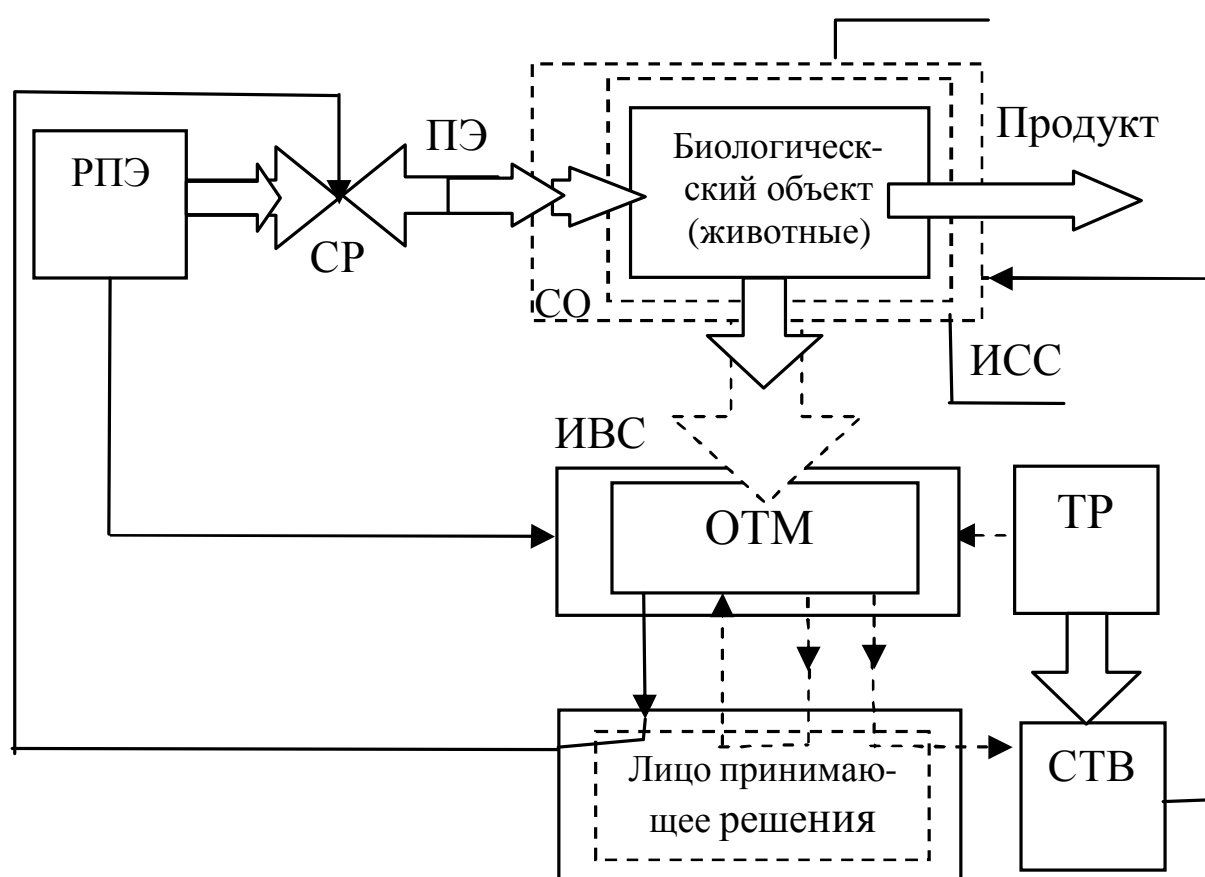


Рис. 4.4.1. Схема управления технологическим процессом в животноводстве

Биологический объект (животное) находится в среде обитания [СО] и непосредственно через среду обитания получает питание и энергию [ПЭ], поток которых регулируется с помощью системы регулирования [СР]. Биологический объект [БО] и среда обитания подвергаются воздействиям от системы технологических воздействий [СТВ]. Биологический объект, перерабатывая питательные вещества и потребляя энергию, вырабатывает продукт [П]. В процессе производства продукта состояние и развитие [БО] и среды обитания постоянно контролируются. Для этого используются измерительные системы биологического объекта [ИСБО] и среды обитания [ИСС].

Технологический процесс обеспечивается ресурсами питания и энергии [РПЭ] (корма, кормовые добавки и т.п.), а также технологическими ресурсами (люди, машины, оборудование, механизмы и т.п.).

Вся информация о технологическом процессе сосредотачивается и обобщается в информационно-вычислительной системе [ИВС], в составе которой имеется оптимизационная технологическая модель [ОТМ], например, управления дойным стадом молочного комплекса, птицефабрики и т.п. При этом главным активным звеном системы управления является специалист (зооинженер, технолог), который принимает решения, т.е. лицо принимающее решение [ЛПР]. Специалист [ЛПР] взаимодействует с информационно-вычислительной системой [ИВС] и через оптимизационно-технологическую модель (ОТМ), систему технологических воздействий регулирует поступление питательных веществ и энергии к животным [БО].

В оптимизационной технологической модели отражены знания:

- о закономерностях развития биологического объекта (животных) и формирования соответствующего продукта;

- правил формирования условий, способствующих наилучшему развитию биологического объекта [БО] и максимизации производства продукта.

Таким образом информационно-вычислительная система [ИВС], включающая ЭВМ с соответствующим программным обеспечением (включая [ОТМ]), является автоматизированным рабочим местом (АРМ) специалиста животноводства.

Современные технологии производства продуктов животноводства, предъявляют высокие требования к системе управления и всем её звеньям по точности, полноте и оперативности получения и обработки информации.

Естественно, что это приводит к увеличению объёма информации в системе и к качественному изменению процессов её получения и обработки. При этом требуются новые измерительные средства (экспресс-анализаторы кормов, молока, микроклимата, тканей и т.п.), и более совершенные модели технологических процессов.

В животноводстве контролируются следующие показатели: физиологическое состояние животных, их масса, параметры доения (удой, время доения, показатели качества молока), химический состав кормов, условия обитания животных (микроклимат), технологические параметры доильных систем, а также идентифицируются сами животные. Кроме того контролируется здоровье животного, температура тела, вымени, наличие мастита и т.п.

Множество измерений биологического объекта [ИС-БО] и среды обитания [ИСС] необходимо для формирования управляющих воздействий, обеспечивающих наиболее оптимальное ведение технологического процесса (например, производство молока).

В информационно-вычислительной системе разрабатываются и используются математические модели биологического развития животных, их продуктивности в зави-

симости от физиологического состояния, режима кормления, состава кормов и условий содержания; оптимизационные модели рационов кормления, структуры и оборота стада, селекционно-племенной работы.

ЭВМ на ферме способствует решению основной хозяйственной задачи: получению прибыли за счёт производства максимума товарной продукции необходимого качества при минимальных затратах путём управления технологическим и селекционным процессом на основе соответствующих оптимизационно-технологических моделей.

Автоматизированное управление производством в молочном скотоводстве предусматривает в (ОТМ) ЭВМ иметь полные сведения о каждой корове, а также оперативную информацию, анализ которых позволяет оптимизировать содержание и эксплуатацию как отдельного животного так и всего стада в целом.

Разработаны технологические модели производства, позволяющие оптимизировать производство молока. На основе таких моделей, характеристик кормов и сведений о каждой корове решается оптимизационная задача по составлению индивидуальных рационов кормления (критерий оптимальности – минимум стоимости рациона и максимум производства продукции). Технологическая обстановка при производстве молока постоянно меняется: изменяется физиологическое состояние животных, сезон года (в связи с этим меняются запасы кормов и их характеристики), корректируются технологические модели по реальным показателям производства. Поэтому расчёты рационов кормления необходимо выполнять постоянно.

Кроме сведений о коровах стада необходимо вести контроль поступающих кормов. Их качество и питательность могут колебаться в значительных пределах из-за нарушений технологии приготовления и кормления.

После расчёта индивидуальных рационов кормления приготавливаются кормовые смеси (непосредственно перед скармливанием животным). Индивидуальное кормление коров проводится и в специализированном доильном зале и в зоне отдыха с помощью автоматизированных кормушек. Перед началом кормления выполняется идентификация (распознавание номера) коровы. Для этой цели применяются датчики номера. Датчик монтируется в специальном ошейнике.

«Бортовая ЭВМ» кормушки распознаёт корову, пропускает её к кормушке и подаёт соответствующий сигнал (код её номера) в ЭВМ.

После поступления в ЭВМ кода коровы выбирается рацион для каждого животного, и в устройстве кормоприготовления под управлением ЭВМ вырабатывается порция соответствующей кормовой смеси, которая поступает в кормушку.

На доильной установке корова бывает 2-3 раза в сутки. Доильная установка является центром автоматизированного сбора информации об индивидуальных удоях каждой коровы, качеству молока, живой массе, наличию мастита, температуре тела и других параметрах.

Автоматизированное рабочее место генетика-селекционера (АРМ) может быть организовано на базе АИВС «СЕЛЕКС» применительно к конкретному стаду с соответствующей базой данных.



## *Литература*

1. *Басовский Н.З.* Популяционная генетика в селекции молочного скота. – М.: Колос, 1983.
2. *Завертяев Б.П.* Генетические методы оценки племенных качеств молочного скота. – Л.: Агропромиздат, 1986
3. *Зубец М.В., Винничук Д.Т., Гавриленко В.П., Катмаков П.С.* Микро-ЭВМ в генетике и селекции молочного скота. – Киев, 1992.
4. Информатика. Под. ред. Н.В. Макаровой. - М.: Финансы и статистика, 1997.
5. *Курносое А.П.* Вычислительная техника и программирование. – М.: Финансы и статистика, 1991.
6. *Лакин Г.Ф.* Биометрия. – М.: Высшая школа, 1990.
7. *Лукьянов Б.В., Пошатаев А.В., Рак Н.Г.* Новые информационные технологии в управлении сельскохозяйственным производством. - М.: МСХА, 1995.
8. *Лосева Т.П., Солнцева О.В.* Моделирование социально-экономических процессов. Симплексный метод. – Ульяновск, 2001.
9. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. Под. ред. А.М. Гатаулина. – М.: Агропромиздат, 1990.
10. *Новиков Г.Н., Пермькова Э.И., Яковлев В.Б.* Сборник задач по вычислительной технике и программированию. – М.: Финансы и статистика, 1991.
11. *Таха Х.* Введение в исследование операций. Книга 1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1985.
12. *Хайсанов Д.П., Катмаков П.С., Гавриленко В.П.* Использование голштинской породы в молочном скотоводстве Поволжья. – Ульяновск, 1997.

13. *Шталь В., Раиш Д., Шиллер Р. и др.* Популяционная генетика для животноводов – селекционеров. Пер. с нем. - М.: Колос, 1973.
14. *Эрнст Л.К., Цалитис А.А.* Крупномасштабная селекция в скотоводстве. – М.: Колос, 1982.
15. *Цалитис А.А. и др.* Интегрированная система животноводства «СЕЛЭКС». Молочный скот. Рабочий проект. – Сигулда, 1979.

Учебно-методическое пособие

**Гавриленко Владимир Петрович**

**Катмаков Пётр Сергеевич**

**Бушов Александр Владимирович**

## **Компьютеризация в животноводстве**

**Ульяновск, ГСХА, 2004, 114 с.**

Подписано в печать 9.07.2004 г. Формат 60 × 84/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. ф.л. 8.0  
Усл. п.л. 7,1. Гарнитура «Таймс». Тираж 100 экз.  
Заказ № \_\_\_\_\_.

---

Адрес издателя:  
432980, г. Ульяновск, бульвар Новый Венец, 1.

